C. R. Acad. Sc. Paris, t. 290 (28 avril 1980) Série B — 389

MÉCANIQUE DES SOLIDES ANÉLASTIQUES. — *Capacité portante des fondations superficielles circulaires.* Note (*) de **Jean Salençon** et **Massaad Matar,** présentée par Paul Germain.

En s'appuyant sur la théorie du calcul à la rupture on étudie la capacité portante d'une semelle circulaire chargée axialement, reposant sur une couche de sol limitée ou illimitée et dont la cohésion croît linéairement avec la profondeur. La valeur théorique exacte de la capacité portante a été déterminée par un calcul global prenant en compte tous les paramètres du problème. Des abaques ont été construits qui permettent l'utilisation de ces résultats dans la pratique.

The bearing capacity of an axially loaded circular footing resting over a soil layer of limited or unlimited thickness and with a cohesion linearly increasing with depth, is studied. The analysis is based upon the theory of yield design. It leads to the determination of the exact theoretical value of the bearing capacity through a global calculation taking all the parameters of the problem into account. Charts have been drawn making the practical use of the results obtained easier.

Le problème étudié est représenté à la figure 1 : déterminer la capacité portante d'une fondation superficielle circulaire de diamètre B chargée axialement par une force d'intensité Q, reposant sur une couche de sol d'épaisseur h (limitée ou illimitée). Les contacts entre la fondation et la couche de sol, et entre la couche de sol et l'assise sous-jacente

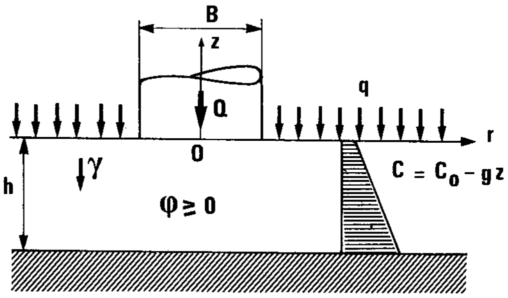

Fig. 1. — Capacité portante d'une fondation superficielle circulaire.

indéformable, sont supposés à adhérence parfaite. La résistance du sol de fondation est caractérisée par l'angle de frottement interne φ et la cohésion C croissant linéairement avec la profondeur selon la formule : $C(z)=C_0-gz$. Les autres paramètres du problème sont : γ, poids volumique du sol, et q, intensité de la surcharge uniforme à la surface de la couche de sol.

La théorie du calcul à la rupture [1] permet la définition claire de la force portante de la fondation : c'est la valeur maximale Q^+ de la charge Q pour laquelle l'équilibre quasi statique du système de la figure 1 est compatible avec le critère de la résistance du sol; la *capacité portante* est la pression moyenne correspondante : $q_u^0=4\,Q^+/\pi B^2$.

Le problème étant ainsi posé la capacité portante q_u^0 est une fonction des seuls paramètres énoncés plus haut pour définir le problème, soit :

$$q_u^0=f(C_0,\, g,\, B,\, h,\, \gamma,\, \varphi,\, q).$$

On montre, comme pour la semelle filante [2], que ces paramètres peuvent être regroupés en sorte que q_u^0, se met sous la forme

$$q_u^0=q+f_2(C_0+q\,\mathrm{tg}\,\varphi,\, g+\gamma\,\mathrm{tg}\,\varphi,\, B,\, h,\, \varphi).$$

L'analyse dimensionnelle conduit alors aux formules suivantes pour q_u^0, homologues de celles trouvées pour la semelle filante :

$$(1) \qquad q_u^0 = q + (C_0 + q \operatorname{tg} \varphi) F_c^0 \left(\frac{g + \gamma \operatorname{tg} \varphi}{C_0 + q \operatorname{tg} \varphi} B, \frac{B}{h}, \varphi \right) \quad \text{si} \quad (C_0 + q \operatorname{tg} \varphi) \neq 0,$$

$$(2) \qquad q_u^0 = q + (g + \gamma \operatorname{tg} \varphi) BK^0 (B/h, \varphi) \quad \text{si} \quad (C_0 + q \operatorname{tg} \varphi) = 0,$$

où F_c^0 et K^0 sont des fonctions scalaires des arguments indiqués.

Le théorème de l'approche par l'intérieur du calcul à la rupture permet de montrer d'autre part, qu'une approximation par défaut de la capacité portante est obtenue en appliquant la méthode de superposition pour $\varphi \neq 0$:

$$(3) \qquad q_u^0 \geqq q_{\text{superp}}^0 = \left[q + (C_0 + q \operatorname{tg} \varphi) N_c'^0 \left(\frac{B}{h}, \varphi \right) \right] + \left[\frac{1}{2} (\gamma + g \operatorname{cotg} \varphi) BN_\gamma'^0 \left(\frac{B}{h}, \varphi \right) \right],$$

où chacun des termes entre crochets donne la valeur exacte q_u^0 lorsque $(\gamma + g \operatorname{cotg} \varphi)$ et $(C_0 + q \operatorname{tg} \varphi)$ respectivement sont nuls; et de même pour $\varphi = 0$:

$$(4) \qquad q_u^0 \geqq q_{\text{superp}}^0 = [q + C_0 N_c'^0 (B/h, \varphi)] + [g BK^0 (B/h, \varphi)].$$

Les coefficients $N_\gamma'^0 (B/h, \varphi)$ pour $\varphi > 0$, $N_c'^0 (B/h, \varphi)$ pour $\varphi \geqq 0$ ont été déterminés antérieurement [3] : ce sont les coefficients des termes de pesanteur et de cohésion pour la couche de sol homogène. Ainsi $K^0 (B/h, \varphi)$ pour $\varphi > 0$ est connu :

$$K^0 (B/h, \varphi) = [N_\gamma'^0 (B/h, \varphi) \operatorname{cotg} \varphi]/2,$$

de même que $F_c^0 (0, B/h, \varphi)$. La détermination de $K^0 (B/h, 0)$ nécessite la détermination de la capacité portante (*fig.* 1) pour $\varphi = 0$ et $C_0 = 0$. On trouve, par une démonstration analogue à celle utilisée pour la semelle filante ([2], [4]) que $K^0 (B/h, 0) = 1/6$, $\forall B/h$ [on rappelle que pour la semelle filante : $K (B/h, 0) = 1/4$, $\forall B/h$].

L'utilisation de la formule « globale » (1) qui prend en compte tous les effets de couplage, nécessite la détermination de F_c^0 en fonction de ses arguments. Celle-ci a été faite [5] en s'appuyant sur la théorie des équilibres limites en symétrie axiale pour les matériaux régis par les critères de Tresca et de Coulomb, dans l'hypothèse de Haar-Karman : les équations correspondantes sont classiques pour le milieu homogène [6] et non homogène [7].

La présentation des résultats obtenus par le calcul global a été choisie de façon à pouvoir déterminer commodément dans la pratique la valeur théorique exacte q_u^0 de la capacité portante : elle est fondée sur l'utilisation du *coefficient de forme* ν défini par

$$\nu [(g + \gamma \operatorname{tg} \varphi) B/(C_0 + q \operatorname{tg} \varphi), B/h, \varphi] = (q_u^0 - q)/(q_u - q),$$

où q_u^0 et q_u sont les capacités portantes, dans les mêmes conditions, pour deux fondations circulaires et du type « semelle filante » de même largeur. On constate notamment que : ν est une fonction décroissante de ses deux premiers arguments; la valeur maximale de ν est $\nu (0, 0, \varphi)$, coefficient de forme sur le terme de cohésion pour le sol illimité, toujours supérieure à 1; par contre $\nu (\infty, 0, \varphi)$, coefficient de forme sur le terme de pesanteur pour le sol illimité, n'est supérieur à 1 que pour $\varphi \geqq 29°$.

La figure 2 donne deux exemples des résultats obtenus pour ν; ces abaques ont été conçus pour être adjoints à ceux donnés pour la semelle filante [2] et permettre ainsi le calcul simultané de q_u^0 et q_u : ceci est commode pour l'utilisateur, les semelles filantes et les

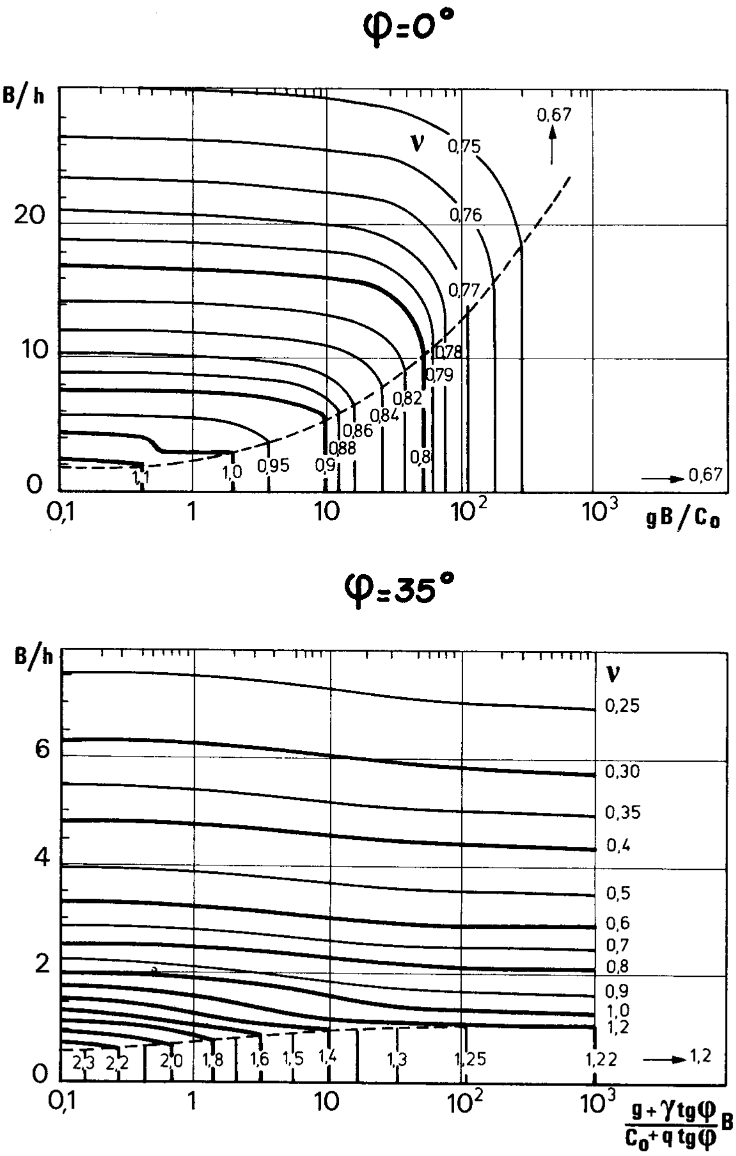

Fig. 2. — Abaques représentatifs de ν pour φ = 0° et φ = 35°.

fondations circulaires constituant en quelque sorte les deux cas extrêmes entre lesquels se situent les fondations réalisées dans la pratique [5].

A noter que les résultats de cette étude sont en accord avec ceux obtenus antérieurement dans certains cas particuliers ([8], [9]).

(*) Remise le 21 avril 1980.

[1] J. Salençon, *Calcul à la rupture et plasticité*, Cours D.E.A., E.N.P.C., Paris, 1976.

[2] M. Matar et J. Salençon, *Revue Française de Géotechnique*, n° 9, 1979, p. 51-76.

[3] J. Salençon, M. Croc, G. Michel et A. Pecker, *Comptes rendus*, 276, série A, 1973, p. 1569.

[4] J. Salençon, *Géotechnique*, 24, n° 3, 1974, p. 443-446.

[5] J. Salençon et M. Matar, Rapport Rech. Lab. Mec. Solides, E.N.P.C., janvier 1980.

[6] B. G. Berezancew, *Problème de l'équilibre limite d'un milieu pulvérulent en symétrie axiale*, Ed. Litt. Techn. Theor., Moscou, 1952.

[7] J. Salençon, *Théorie de la plasticité pour les applications à la Mécanique des sols*, Eyrolles, Paris, 1974.

[8] R. T. Shield, *Proc. Roy. Soc.*, série A, 223, 1955, p. 267-287.

[9] R. Negre, *Thèse Doc. Sc.*, Université de Grenoble, 1968.

Laboratoire de Mécanique des Solides, 91128 *Palaiseau Cedex*.