

Capacité portante globale d'une fondation sur un sol non homogène

J. SALENÇON,* P. FLORENTIN† et Y. GABRIEL†

On effectue, dans le cadre de la théorie des équilibres limites plans, le calcul global de la capacité portante d'une semelle filante, en prenant en compte les effets de pesanteur, surcharge, cohésion et gradient vertical constant de cohésion. On met en évidence une représentation commode des résultats en coordonnées réduites permettant, du point de vue pratique, l'utilisation d'une courbe unique pour déterminer la capacité portante lorsque $4^\circ \leq \phi \leq 40^\circ$. On montre que l'effet du gradient de cohésion, souvent totalement ignoré, peut être très sous-estimé par l'emploi d'une formule de superposition dans le cas des petits angles.

Calculations of the bearing capacity of a strip footing are performed within the frame of the plane limit equilibrium theory, taking into account the effects of weight, surface load, cohesion, and of a constant vertical gradient for the cohesion. By means of reduced co-ordinates it is shown that the results so obtained can be plotted very conveniently making it possible to refer to a single curve for the determination of the bearing capacity, when dealing with practical problems for $4^\circ \leq \phi \leq 40^\circ$. It is pointed out that the effect of the cohesion gradient which is often unknown may be considerably under-estimated by the use of a linear formula for the bearing capacity, when dealing with a soil for which ϕ is small.

NOTATIONS

B	largeur de la fondation	γ	$= \gamma^0 + g^0 \cotg \phi$
ϕ	angle de frottement interne (constant) du sol	q	$= q^0 + C^0 \cotg \phi$
		C	$= C^0 + q^0 \tg \phi$
γ^0	pois spécifique du sol	μ_q	rapport (calcul global/superposition) pour $C^0 = 0$
C^0	cohésion en surface		
g^0	gradient de cohésion avec la profondeur	μ_c	rapport (calcul global/superposition) pour $q^0 = 0$
q^0	surcharge de surface	N_γ, N_q, N_c	facteurs de force portante issus du calcul plastique
P_{ait}^0	capacité portante de la fondation		

On étudie la force portante d'une semelle filante rigide sur un sol dont la cohésion varie linéairement avec la profondeur.

Dans une publication antérieure (Salençon et al., 1973), ce problème a été traité en s'appuyant sur la méthode dite 'de superposition', conduisant pour la capacité portante à une décomposition suivant la formule de Terzaghi. Dans cette hypothèse le terme de cohésion se trouvant seul affecté par la variation de cohésion, on avait procédé à un calcul de ce terme, dans le cadre de la théorie des équilibres limites plans, et mis en évidence un facteur de correction F_c , variable en fonction de la largeur de la fondation, de la cohésion en surface et du gradient de cohésion, à insérer dans la formule classique.

Le but du présent article est de procéder au calcul, toujours dans le cadre de la théorie des équilibres limites plans, mais sans s'appuyer sur la décomposition de la capacité portante. La démarche adoptée dans ce calcul global sera donc analogue à celle suivie par Lundgren et Mortensen (1953), pour le cas du matériau homogène et pour $\phi = 30^\circ$.

* École Polytechnique, Laboratoire de Mécanique des Solides.

† École Nationale des Ponts et Chaussées.

HYPOTHÈSE DE CALCUL ET SIGNIFICATION DES SOLUTIONS

On sait que dans le cas d'un sol $\phi = 0$ (matériau de Tresca), on peut raisonnablement adopter pour règle d'écoulement celle déduite du critère de plasticité par la condition de normalité. On a alors affaire à un matériau standard (Radenkovic, 1961) pour lequel la théorie des charges limites est valable, permettant l'interprétation des solutions proposées pour les problèmes de déformation plane (voir Bishop, 1953; Salençon, 1969, 1974a, 1974b). Prenant l'exemple d'un problème de capacité portante, on en déduit que: une solution statique, c'est à dire mettant en évidence un champ de contraintes statiquement et plastiquement admissible dans tout le système, conduit à une évaluation par défaut de la capacité portante; une solution cinématique, mise en évidence d'un champ de vitesses cinématiquement et plastiquement admissible dans tout le système, conduit à une évaluation par excès de la capacité portante; la majorité des solutions construites pour les problèmes de déformation plane sont dites incomplètes et correspondent à l'application de la méthode cinématique—un champ de contraintes statiquement et plastiquement admissible est construit dans une partie du système auquel est associé un champ de vitesses cinématiquement et plastiquement admissible dans tout le système.

Dans le cas d'un sol de Coulomb, $\phi \neq 0$, la règle d'écoulement déduite par la condition de normalité n'est pas acceptable. Diverses hypothèses ont été faites concernant la forme de la règle d'écoulement pour les sols. Ainsi Davis et Booker (1971), pour le problème de la force portante d'une semelle filante sur sol homogène, ont procédé à un calcul global en construisant des solutions du type des solutions incomplètes indiquées ci-dessus, la règle d'écoulement adoptée étant définie par un angle de dilatation constant ψ , $0 \leq \psi \leq \phi$.

La signification précise de ce type de solutions n'a jusqu'à présent pas été dégagée.

Le plus souvent, les solutions d'équilibre limite construites pour les problèmes plans concernant les sols $\phi \neq 0$, ne mentionnent aucune hypothèse sur la règle d'écoulement du matériau. Elles sont simplement déduites par analogie à partir des problèmes homologues dans le cas $\phi = 0$. Dans la majorité des cas d'ailleurs, on a affaire à des solutions qui fournissent uniquement un champ de contraintes, à la limite d'écoulement, dans une partie du domaine; ces solutions sont homologues de solutions incomplètes dans le cas $\phi = 0$, et en règle générale la construction d'un champ de vitesses associé serait possible pour un matériau de Coulomb fictif qui obéirait à la règle de normalité: il s'agit donc de solutions incomplètes pour ce matériau fictif.

C'est ce point de vue qui sera adopté dans le présent article où le problème pour les vitesses ne sera désormais plus évoqué. La signification du résultat ainsi obtenu sera alors la suivante: la solution construite, étant du type 'incomplète' pour le matériau de Coulomb standard, fournit une évaluation par excès de la force portante de la fondation sur un tel matériau; de plus on sait que cette capacité portante est elle-même la valeur maximale de ce que l'on peut obtenir dans le cas du matériau non standard (voir par exemple Salençon, 1974b), en rappelant que dès que la règle d'écoulement n'est plus associée, l'unicité de la capacité portante et son indépendance vis à vis du trajet de sollicitations et des propriétés élastiques du sol n'est plus assurée.

LE PROBLÈME

Les notations du problème sont indiquées sur la fig. 1. La fondation de largeur B , est supposée chargée axialement. On désigne par F_{ult}^0 la charge ultime, correspondant à une pression moyenne, appelée, selon l'usage, capacité portante

$$p_{ult}^0 = F_{ult}^0/B;$$

q^0 est la surcharge de surface uniforme.

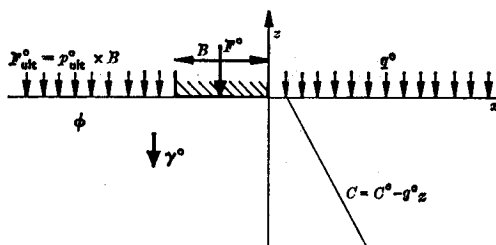


Fig. 1. Problème P^0

Le sol de poids spécifique γ^0 et d'angle de frottement interne ϕ constants, a une cohésion variable

$$C(z) = C^0 - g^0 z \quad \dots \dots \dots (1)$$

C^0 est la cohésion en surface et $g^0 = -dC/dz$ est le gradient de cohésion avec la profondeur. Les contraintes sont comptées positivement en traction.

Pour les calculs d'équilibre limite on désigne par σ_1 et σ_2 les contraintes principales dans le plan (xz) , ordonnées suivant $\sigma_1 \geq \sigma_2$, et on pose

$$\left. \begin{aligned} p &= -(\sigma_1 + \sigma_2)/2 \\ R &= (\sigma_1 - \sigma_2)/2 \\ \theta &= (0x, \sigma_1) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (2)$$

d'où les formules classiques

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{xx} &= -p + R \cos 2\theta \\ \sigma_{zz} &= -p - R \cos 2\theta \\ \sigma_{xz} &= \sigma_{zx} = R \sin 2\theta \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (3)$$

La fondation est supposée parfaitement rugueuse ce qui signifie que le glissement, s'il se produit sous la semelle, a lieu dans une mince couche de sol adhérente à la fondation (condition homologue de la condition de frottement maximal dans le cas $\phi=0$).

TRANSFORMATION DU PROBLÈME DANS LE CAS $\phi \neq 0$

Le problème étant posé comme indiqué ci-dessus, on voit que la capacité portante p^0_{ult} doit, à priori, dépendre des six paramètres: $q^0, \gamma^0, C^0, g^0, B, \phi$. Une analyse préliminaire permet des regroupements qui apportent une simplification considérable. Désignons par σ^0 un champ de contraintes statiquement et plastiquement admissible pour le système de la fig. 1. Ce champ satisfait les conditions suivantes:

équations d'équilibre

$$\text{div } \sigma^0 - \text{grad } (\gamma^0 z) = 0 \quad \dots \dots \dots (4)$$

critère de plasticité

$$|t^0(x, z)| \leq C(z) - \text{tg } \phi n^0(x, z) \quad \dots \dots \dots (5)$$

sur toute facette, en tout point (x, z) , n^0 et t^0 désignant les contraintes normale et tangentielle conditions aux limites

$$z = 0, x > 0 \quad \text{ou} \quad x < -B \quad \left\{ \begin{aligned} \sigma_{zz} &= -q^0 \\ \sigma_{xz} &= 0 \end{aligned} \right. \quad \dots \dots \dots (6)$$

$$z = 0, -B < x < 0, \quad |t^0| \leq C^0 - n^0 \text{tg } \phi \quad \dots \dots \dots (8)$$

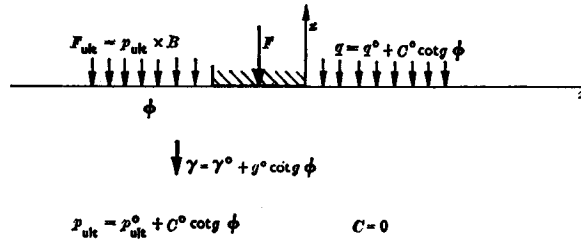


Fig. 2. Problème P

Soit alors σ le champ de contraintes défini en tout point à partir de σ^0 par la formule

$$\sigma(x, z) = \sigma^0(x, z) + (g^0 z - C^0) \cotg \phi \quad (9)$$

En portant l'équation (9) dans les équations (4) à (8), on vérifie sans difficulté que ce nouveau champ est statiquement et plastiquement admissible pour le problème représenté à la fig. 2. Sur un sol de Coulomb homogène, de même angle ϕ , et de cohésion nulle, de poids spécifique

$$\gamma = \gamma^0 + g^0 \cotg \phi \quad (10)$$

avec surcharge latérale uniforme

$$q = q^0 + C^0 \cotg \phi \quad (11)$$

agit la même fondation parfaitement rugueuse.

Les relations entre les pressions moyennes sous la fondation dans les deux problèmes étant

$$p_m = p_m^0 + C^0 \cotg \phi \quad (12)$$

Ceci suffit à démontrer, dans l'hypothèse du matériau standard¹ que l'on peut, pour le calcul de la capacité portante sur sol de cohésion variable selon l'équation (1), se ramener au cas du sol sans cohésion en modifiant la surcharge latérale—c'est le classique théorème des états correspondants (voir Caquot et Kérisel, 1966), et le poids spécifique—propriété déjà énoncée dans un autre contexte par Barbier et Beaubat (1971).

On a alors entre les pressions ultimes la relation

$$p_{ult} = p_{ult}^0 + C^0 \cotg \phi \quad (13)$$

Il en résulte que la relation entre p_{ult}^0 et les divers paramètres du problème P^0 est nécessairement de la forme

$$p_{ult}^0 + C^0 \cotg \phi = f(\gamma^0 + g^0 \cotg \phi, q^0 + C^0 \cotg \phi, B, \phi)$$

qui se réduit par des considérations élémentaires d'analyse dimensionnelle à

$$\frac{p_{ult}^0 + C^0 \cotg \phi}{q^0 + C^0 \cotg \phi} = F_q \left[\frac{(\gamma^0 + g^0 \cotg \phi) B}{2(q^0 + C^0 \cotg \phi)}, \phi \right] \quad (14)$$

si $q^0 + C^0 \cotg \phi \neq 0$

et à

$$p_{ult}^0 = \frac{1}{2}(\gamma^0 + g^0 \cotg \phi) B N_\gamma(\phi) \quad (15)$$

si $q^0 + C^0 \cotg \phi = 0$.

De façon équivalente à l'équation (14) on peut aussi écrire l'équation (16) qui sera parfois plus commode

¹ Car on s'appuie ici sur le théorème statique de la théorie des charges limites. On peut aussi dire que, dans le cas du matériau non standard, les solutions (champs de contraintes et de vitesses) pour les deux problèmes P^0 et P se correspondent comme indiqué ci-dessus, si les règles d'écoulement du sol dans des états associés par l'équation (9) sont identiques.

$$\frac{p_{ult}^0 - q^0}{C^0 + q^0 \operatorname{tg} \phi} = F_c \left[\frac{(\gamma^0 + g^0 \operatorname{cotg} \phi) B}{2(C^0 + q^0 \operatorname{tg} \phi)}, \phi \right] \quad \dots \dots \dots (16)$$

où F_c et F_q sont liées par

$$F_c(\alpha, \phi) = \frac{1}{\operatorname{tg} \phi} [F_q(\alpha \operatorname{tg} \phi, \phi) - 1] \quad \dots \dots \dots (17)$$

CONSÉQUENCES

Les conséquences du résultat précédent sont très importantes. Ainsi il apparaît que dans le cas $\phi \neq 0$, l'effet d'un gradient constant de cohésion avec la profondeur, g^0 , est strictement équivalent à l'addition du terme constant $g^0 \operatorname{cotg} \phi$ au poids spécifique du sol².

Si l'on utilise la formule de Terzaghi pour la capacité portante sur sol homogène, cela revient à poser dans l'équation (17)

$$F_c(\alpha, \phi) = N_c(\phi) + \alpha N_\gamma(\phi) \quad \dots \dots \dots (18)$$

d'où en développant l'équation (16) et en posant, comme c'est l'usage,

$$N_q(\phi) = N_c(\phi) \operatorname{tg} \phi + 1 \quad \dots \dots \dots (19)$$

il vient

$$p_{ult}^0 = \frac{1}{2} \gamma^0 B N_\gamma(\phi) + q^0 N_q(\phi) + C^0 \left[N_c(\phi) + \frac{g^0 \operatorname{cotg} \phi B}{2C^0} N_\gamma(\phi) \right] \quad \dots \dots (20)$$

On a ainsi immédiatement pour le facteur de correction sur le terme de cohésion, l'expression linéaire

$$F_c = 1 + \frac{g^0 \operatorname{cotg} \phi B}{2C^0} \frac{N_\gamma(\phi)}{N_c(\phi)} \quad \dots \dots \dots (21)$$

Il est à remarquer que cette façon d'utiliser la formule de Terzaghi n'est pas équivalente à celle adoptée dans Salençon *et al.*, (1973); on s'en expliquera plus tard.

Le cas du matériau non homogène se trouvant ramené à celui du matériau homogène, le calcul global que nous vous proposons d'effectuer se ramène à celui fait par Lundgren et Mortensen (1953) pour $\phi = 30^\circ$, et à celui engagé par Roche (1973). C'est pour cela que certaines notations dues à Lundgren et Mortensen ont été conservées.

Le calcul effectué par Salençon *et al.* (1973), basé sur la méthode de superposition, traitait de façon globale le terme de cohésion, c'est à dire l'influence de C^0 et g^0 , indépendamment de q^0 et γ^0 supposés nuls. Il résulte des équivalences démontrées plus haut, e.g. l'équation (14), que ce calcul fournit aussi la solution globale en incluant les effets de q^0 et γ^0 .

Les raisonnements ont été menés dans le cas particulier envisagé ici d'une fondation de type 'semelle filante', mais il est clair que cette restriction n'est intervenue nulle part, et que les conclusions qui précèdent sont valables pour tout famille de fondations géométriquement semblables (fondations carrées, fondations circulaires, etc.).

Les calculs effectués et les résultats donnés dans la suite supposent l'hypothèse $\gamma \geq 0$, ceci veut dire qu'ils sont valables pour $g^0 \geq -\gamma^0 \operatorname{tg} \phi$.

CAS $\phi = 0$

Les raisonnements utilisés pour la transformation du problème P^0 et la démonstration de l'équivalence gradient-poids spécifique, ne peuvent évidemment être repris³ dans le cas $\phi = 0$ par suite du facteur $\operatorname{cotg} \phi$.

² Plus généralement, dans le cas d'un gradient variable avec la profondeur $g^0(z) = -dC/dz$, le poids spécifique est modifié en $\gamma(z) = \gamma^0(z) + g^0(z) \operatorname{cotg} \phi$.

³ Même difficulté que dans le cas du théorème des états correspondants.

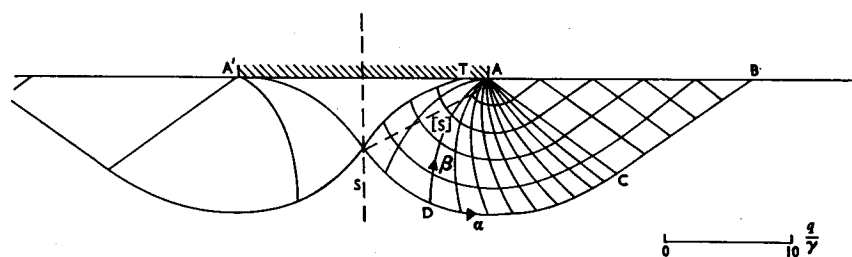


Fig. 3. Réseau de caractéristiques pour $\phi = 20^\circ$

En écrivant les équations du problème pour les contraintes, comme dans le cas $\phi \neq 0$, on démontre sans difficulté par un raisonnement classique que γ^0 n'intervient pas dans l'expression finale de p_{ult}^0 et que q^0 n'intervient que comme un terme additif. D'où, pour $\phi = 0$ l'expression finale

$$p_{ult}^0 - q^0 = f(g^0, C^0, B)$$

qui, par des considérations d'analyse dimensionnelle se réduit à

$$p_{ult}^0 = q^0 + C^0 F_c \left(\frac{g^0 B}{C^0} \right) \quad \text{si } C^0 \neq 0 \quad \dots \dots \dots (22)$$

et à

$$p_{ult}^0 = q^0 + K g^0 B \quad \text{si } C^0 = 0 \quad \dots \dots \dots (23)$$

où K est une constante.

La détermination de la fonction F_c dans l'équation (22) a été faite par Berthet *et al.* (1972), et par Davis et Booker (1973), dans l'hypothèse⁴ $g^0 \geq 0$.

Les cas $C^0 = 0$ a été étudié par Salençon (1974c) qui a trouvé pour K la valeur 1/4, le profil des contraintes normales sous la fondation étant triangulaire et croissant à la même vitesse que la cohésion avec la profondeur.

On remarquera que contrairement au cas $\phi \neq 0$, il n'y a plus équivalence gradient-poids spécifique; g^0 intervient dans p_{ult}^0 alors que γ^0 n'intervient plus; ceci ne signifie pas qu'il y ait discontinuité dans le passage du cas $\phi \neq 0$ au cas $\phi = 0$, mais provient du comportement de $\cotg \phi$ dans le facteur global $\gamma^0 + g^0 \cotg \phi$ qui intervient dans l'équation (14).

CONSTRUCTION DE LA SOLUTION DANS LE CAS $\phi \neq 0$

On se propose de construire, au moyen de la théorie des équilibres limites plans la solution globale du problème simplifié P (fig. 2).

On sait que dans les zones plastiques le problème pour les contraintes est hyperbolique quasi-linéaire. Il y a deux familles de lignes caractéristiques α et β , inclinées à $\pm(\pi/4 + \phi/2)$ sur σ_1

$$\frac{dz}{dx} = \text{tg} [\theta \pm (\pi/4 + \phi/2)] \quad (\alpha, \beta) \quad \dots \dots \dots (24)$$

et les relations le long de ces lignes sont, puisque $C = 0$

$$\left. \begin{aligned} dp + 2p \text{tg} \phi \, d\theta - \gamma^\alpha \, dx^\alpha &= 0 & \text{ligne } \alpha \\ dp - 2p \text{tg} \phi \, d\theta - \gamma^\beta \, dx^\beta &= 0 & \text{ligne } \beta \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (25)$$

les composantes étant relatives à la base normée tangente en chaque point aux lignes α, β .

⁴ Signalons que le problème d'un gradient de cohésion négatif pour $\phi = 0$ a été étudié par Favretti (1965a, 1965b, 1966).

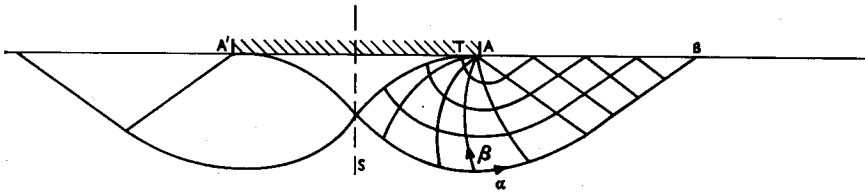


Fig. 4. Réseau de caractéristiques pour $\phi=20^\circ$, $q=0$

Le réseau de lignes caractéristiques est construit en partant des données sur la surface libre.

Dans les cas $q \neq 0$ il est représenté à la fig. 3 et se compose pour sa partie droite: d'une zone de Rankine ABC où $\theta = \pi/2$; en A il y a une singularité de Prandtl, et ADC est un éventail de caractéristiques β non rectilignes par suite de la présence de forces de masse, d'ouverture $(3\pi/4 + \phi/2)$ par suite de la condition de rugosité maximale sous la fondation; enfin la zone STAD où le réseau est déterminé à partir de la caractéristique AD connue et de la condition de rugosité maximale sous la fondation (problème de Goursat). Cette zone est limitée par les caractéristiques α , SD, et β , ST, qui se coupent sur l'axe de la fondation en étant bissectées par celui-ci. La moitié gauche du réseau se déduit par symétrie.

Dans le cas où $q=0$, le réseau de caractéristiques (fig. 4) comporte encore une zone de Rankine; il n'y a plus éventail en A mais un point de discontinuité; le réseau, défini par la condition de rugosité maximale est homothétique de centre A et limité par deux caractéristiques α et β de la même façon que dans le cas précédent. Ce réseau apparaît comme la limite de celui de la fig. 3 quand $\gamma B/q \rightarrow \infty$.

La détermination du champ des contraintes dans la zone plastique se fait selon la méthode des caractéristiques en intégrant immédiatement les équations différentielles (25) le long des caractéristiques au fur et à mesure de leur construction.

On en déduit la capacité portante par intégration des contraintes normales sous la fondation. Le plus commode du point de vue numérique (programmation du calcul) est d'ailleurs d'intégrer la contrainte verticale le long de la courbe (S), joignant A à S, lieu des points de la zone plastique où $\theta=0$; cette courbe est un intermédiaire de calcul inévitable et est connue; on soustraira ensuite le poids du sol compris entre (S) et la fondation, d'où:

$$p_{ult} = \frac{2}{B} \int_{S \rightarrow A} [p(1 + \sin \phi) + \gamma z] dx \quad \dots \quad (26)$$

Il ne paraît pas utile ici d'entrer dans les détails du calcul numérique, pour lesquels on pourra se reporter à Florentin et Gabriel (1974).

PRÉSENTATION DES RÉSULTATS SUR LA CAPACITÉ PORTANTE: COORDONNÉES RÉDUITES

Les calculs ont été effectués pour les valeurs suivantes de ϕ : 2° , 4° , 10° , 20° , 30° , 36° , 40° . Les résultats de l'étude directe du cas $\phi=0$, partiellement disponibles par ailleurs, ont été repris et complétés. De plus on a aussi calculé les cas $\phi=0,2^\circ$, 'par curiosité mathématique', pour examiner la continuité du passage. Le principal résultat concerne la capacité portante. On obtient directement les fonctions $F_q(\gamma B/2q, \phi)$ et $F_c(\gamma B/2C, \phi)$, pour chacune des valeurs de ϕ ci-dessus⁵.

La différence d'ordre de grandeur entre les valeurs de ces fonctions pour $\phi=2^\circ$ ou 4° et pour $\phi=40^\circ$, rend difficile et peu parlante la représentation des résultats sur un même graphique et suggère l'emploi de coordonnées réduites.

⁵ Avec la notation $C = C^0 + q^0 \operatorname{tg} \phi = q \operatorname{tg} \phi$.

On remarque que, par définition, pour $\gamma=0$, on a :

$$F_q(0, \phi) = N_q(\phi) \dots \dots \dots (27)$$

où $N_q(\phi)$ a la valeur analytique classique

$$N_q(\phi) = \text{tg}^2 (\pi/4 + \phi/2) \exp (\pi \text{tg} \phi) \dots \dots \dots (28)$$

(de même, pour $F_c(0, \phi)$ et $N_c(\phi)$).

D'autre part, pour $\gamma B \rightarrow \infty$, on tend vers la solution du cas $q=0$, c'est à dire que la direction

$$\frac{p}{q} = \frac{\gamma B}{2q} N_\gamma(\phi) \dots \dots \dots (29)$$

est asymptotique pour $F_q(\gamma B/2q, \phi)$ quand $\gamma B/2q \rightarrow \infty$ en prenant pour $N_\gamma(\phi)$ la valeur correspondant à la solution de la fig. 4 (Lundgren et Mortensen, 1953).

Il en résulte qu'en portant en ordonnée

$$p_{\text{ult}}/qN_q(\phi) = \frac{1}{N_q(\phi)} F_q \dots \dots \dots (30)$$

et en abscisse

$$\frac{N_\gamma(\phi) \gamma B}{N_q(\phi) 2q} \dots \dots \dots (31)$$

les courbes correspondants aux diverses valeurs de ϕ sont issues du même point d'ordonnée 1 sur l'axe vertical, et admettent la direction de pente 1 pour direction asymptotique.

De même si l'on s'intéresse à F_c en portant en ordonnée

$$p_{\text{ult}}/CN_c(\phi) = \frac{1}{N_c(\phi)} F_c \dots \dots \dots (32)$$

et en abscisse

$$\frac{N_\gamma(\phi) \gamma B}{N_c(\phi) 2C} \dots \dots \dots (33)$$

Les valeurs numériques de $N_\gamma(\phi)$ utilisées pour ces coordonnées réduites sont celles calculées par Mandel et Salençon (1972), par la méthode dite du tir, pour $\phi=10^\circ, 20^\circ, 30^\circ, 36^\circ, 40^\circ$. On a pu vérifier numériquement qu'elles correspondaient bien à la direction asymptotique de $F_q(\gamma B/2q, \phi)$ et $F_c(\gamma B/2C, \phi)$. Pour $\phi=0,2^\circ, 2^\circ, 4^\circ$, les valeurs de $N_\gamma(\phi)$ n'étaient pas connues et l'emploi de la méthode du tir se révélait difficile; par contre il était relativement aisé numériquement d'atteindre pour $\gamma B/2q$ des valeurs très élevées: on a ainsi déterminé $N_\gamma(\phi)$ comme pente de la direction asymptotique de F_q et F_c .

Le tableau 1 donne les valeurs de $N_\gamma(\phi)$, $N_q(\phi)$ et $N_c(\phi)$ pour les cas calculés. Ces valeurs numériques sont également représentées graphiquement sur la fig. 5.

Tableau 1. Valeurs des coefficients N_γ, N_q, N_c

ϕ	N_γ	N_q	N_c
0,2°	0,00195	1,018	5,19
2°	0,0285	1,20	5,63
4°	0,0775	1,43	6,18
10°	0,429	2,47	8,34
20°	2,840	6,40	14,8
30°	14,74	18,4	30,1
36°	41,13	37,7	50,6
40°	85,2	64,2	75,3

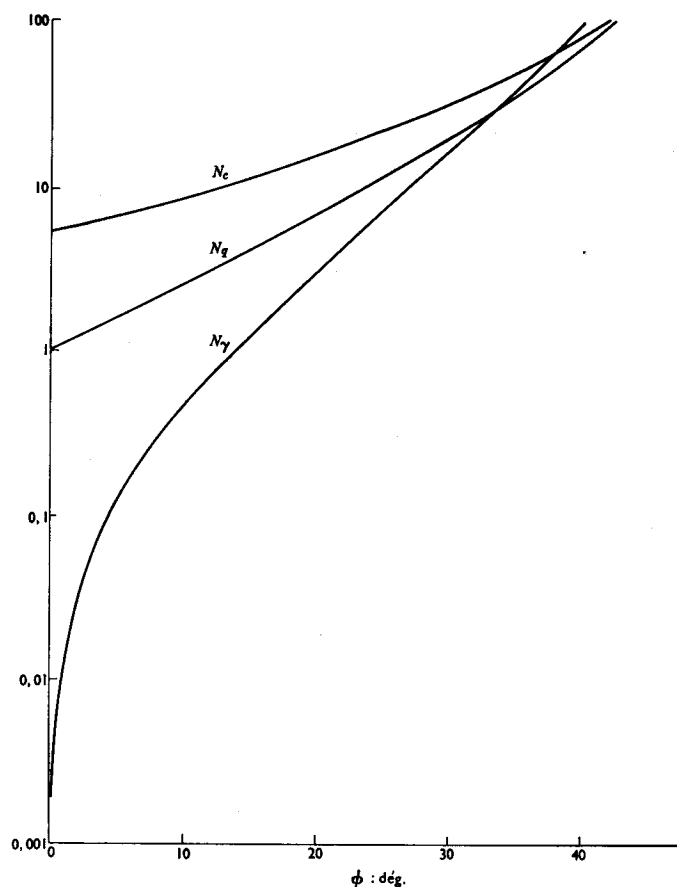


Fig. 5. Abaque des coefficients N_y , N_q , N_c en fonction de ϕ

La fig. 6 présente avec les coordonnées réduites (30) et (31) les résultats concernant la pression ultime. La fig. 7, utilisant les mêmes coordonnées, est un agrandissement pour les faibles valeurs de $(N_y/N_q)(\gamma B/2q)$.

On voit qu'avec l'emploi de ces coordonnées réduites, les résultats pour les diverses valeurs de ϕ sont représentés par un faisceau de courbes issues du point (0, 1), à concavité tournée vers le bas, dont la pente varie relativement rapidement pour tendre vers la pente 1 de leur direction asymptotique commune.

La pente initiale, i.e. au point (0, 1), des courbes peut être calculée analytiquement.

En effet dans l'étude de la solution en voisinage du point A les termes en γ sont des infiniment petits du second ordre, les caractéristiques peuvent être assimilées à des droites et des spirales logarithmiques (solution pour $\gamma=0$) et l'intégration des relations (25) est explicite. On en déduit après des calculs fastidieux, qu'au point $\gamma B/2q=0$, les courbes de la fig. 7 ont pour pentes

$$\alpha = \frac{1}{N_y} \frac{2 \sin \phi \operatorname{tg} (\pi/4 + \phi/2)}{1 + 8 \sin^2 \phi} [1 - 2 \sin \phi + (1 + 2 \sin \phi) \operatorname{tg} (\pi/4 + \phi/2) \exp (3\pi/2 \operatorname{tg} \phi)] \quad (34)$$

expression identique, au changement de coordonnées près, à celle donnée dans Salençon *et al.* (1973). Le tableau 2 donne les valeurs numériques pour les différents cas calculés.

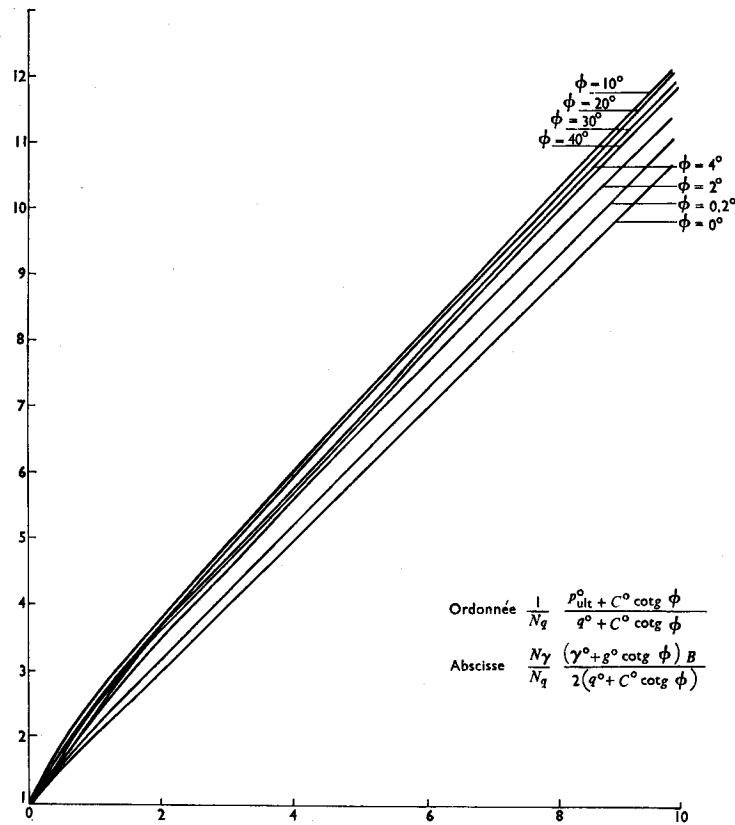


Fig. 6. Pression ultime en coordonnées réduites (30) et (31)

Par un passage à la limite, qui est détaillé en annexe, reposant sur l'équivalence

$$N_y(\phi) \simeq \phi/2 \dots \dots \dots (35)$$

au voisinage de $\phi=0$, on montre que les résultats correspondant au cas $\phi=0$ sont représentés sur les fig. 6 et 7 par une courbe dégénérée: le point (0, 1) pour $C^0 \neq 0$, et la droite de pente 1 passant par ce point, pour $C^0=0$, les coordonnées étant alors $(1/4)(g^0 B/q^0)$ en abscisse, et p^0_{ult}/q^0 en ordonnée⁶.

Ainsi le faisceau de courbes de la fig. 6, partant de cette droite pour $\phi=0^0$, s'épanouit suivant les valeurs croissantes de ϕ jusqu'à $\phi=10^0$, puis se rapproche à nouveau de la droite. On remarquera que le faisceau est d'ailleurs assez resserré pour $4^0 \leq \phi \leq 40^0$; nous reviendrons sur cette propriété lorsque nous traiterons de l'utilisation pratique des résultats de l'étude.

Tableau 2. Pentas à l'origine des courbes en coordonnées réduites

ϕ	0,2	2	4	10	20	30	36	40
α	7,268	5,624	4,755	3,369	2,432	2,061	1,950	1,919

⁶ Pour $\phi=0$, l'équation (34) donne pour α la valeur $\alpha=8$.

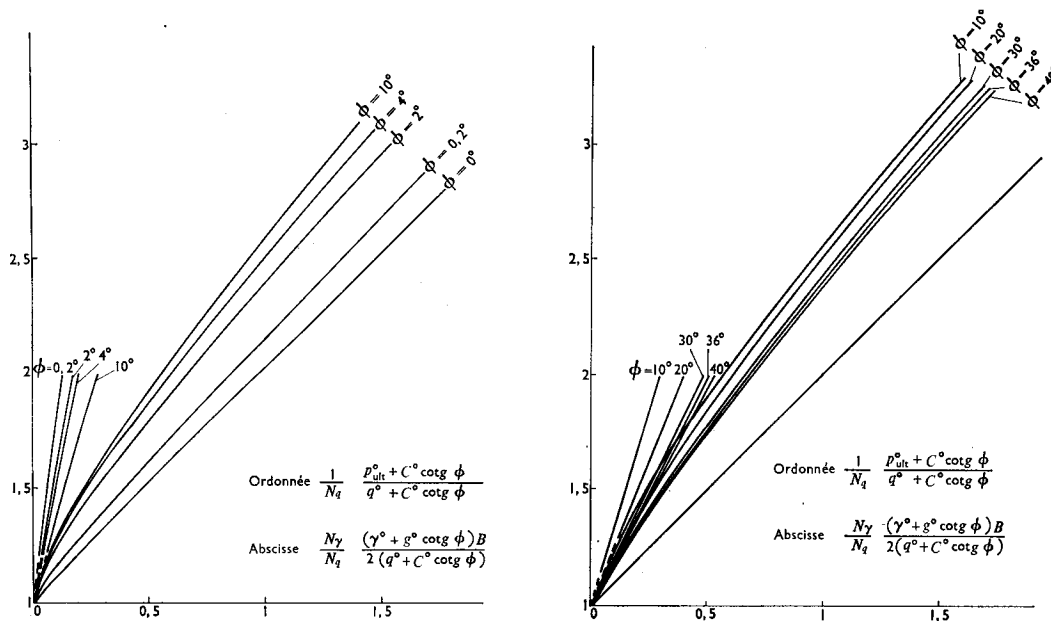


Fig. 7. Pression ultime en coordonnées réduites (30) et (31) (faibles valeurs de $(N_4/N_0)(\gamma B/2q)$)

En utilisant les coordonnées réduites (32) et (33), on obtient encore un faisceau de courbes représentées à la fig. 8, qui possèdent les mêmes propriétés de tangentes à l'origine, de concavité et de direction asymptotique que celles de la fig. 6. De plus le cas $\phi=0$ est représenté par une courbe ordinaire du faisceau, le passage à la limite ne présentant aucune difficulté: les coordonnées sont alors

$$\frac{1}{N_c} \frac{p_{ult}^0 - q^0}{C^0} \quad \text{en ordonnée,}$$

et

$$\frac{1}{4N_c} \frac{g^0 B}{C^0} \quad \text{en abscisse.}$$

On remarque que le faisceau de courbes, plus épanoui que le précédent, partant de la courbe $\phi=0$, se rapproche de façon monotone de la droite d'ordonnée et de pente égales à 1 quand ϕ augmente.

AUTRES RÉSULTATS OBTENUS

La construction des réseaux de lignes caractéristiques permet évidemment d'obtenir aussi divers résultats à caractère géométrique tels que profondeur, h , de la zone plastique, largeur de la zone en équilibre de Rankine, etc.

La fig. 9 présente les variations du rapport $h/(B/2)$ en fonction de $\gamma B/2q$, pour les diverses valeurs de ϕ ; on constate que ce rapport décroît de façon monotone quand $\gamma B/2q$ croît; pour $\gamma=0$ on a l'expression explicite correspondant à la solution de Prandtl.

$$\frac{h}{B/2} = \frac{\cos \phi}{\cos (\pi/4 + \phi/2)} \exp [(\pi/4 + \phi/2) \text{tg } \phi]$$

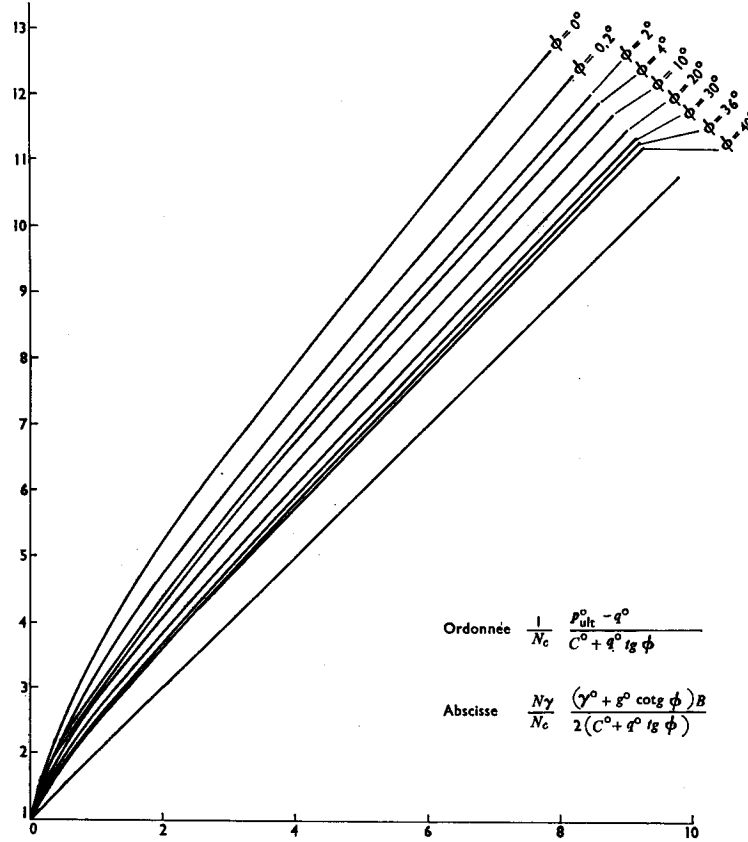


Fig. 8. Pression ultime en coordonnées réduites (32) et (33)

COMPARAISONS AVEC LA MÉTHODE DE SUPERPOSITION

Avec les coordonnées réduites (30) et (31) la droite d'ordonnée à l'origine 1 et de pente 1 correspond à l'équation

$$\frac{1}{N_q(\phi)} \frac{p_{ult}^0 + C^0 \operatorname{cotg} \phi}{q^0 + C^0 \operatorname{cotg} \phi} = 1 + \frac{1}{2} \frac{N_\gamma(\phi)}{N_q(\phi)} \frac{(\gamma^0 + g^0 \operatorname{cotg} \phi) B}{q^0 + C^0 \operatorname{cotg} \phi} \quad (36)$$

autrement dit c'est, pour chaque valeur de ϕ , la courbe représentative de la formule de superposition en utilisant les coefficients $N_\gamma(\phi)$, $N_q(\phi)$ du tableau 1.

Il en va de même avec l'utilisation des coordonnées réduites (32) et (33) faisant intervenir $N_\gamma(\phi)$ et $N_c(\phi)$.

Suivant la démarche de Lundgren et Mortensen (1953), nous introduisons pour évaluer la sous-estimation de la formule de superposition par rapport au calcul global le coefficient

$$\mu_q \left(\frac{\gamma B}{2q}, \phi \right) = F_q \left[\frac{\gamma^0 + g^0 \operatorname{cotg} \phi}{2(q^0 + C^0 \operatorname{cotg} \phi)} B, \phi \right] / \left[N_q(\phi) + \frac{\gamma^0 + g^0 \operatorname{cotg} \phi}{2(q^0 + C^0 \operatorname{cotg} \phi)} B N_\gamma(\phi) \right] \quad (37)$$

Les variations de ce coefficient pour les diverses valeurs de ϕ sont représentées à la fig. 10.

On doit prendre garde à l'interprétation de μ_q . Ce coefficient ne représente effectivement le rapport des capacités portantes obtenues par les deux calculs, que si $C^0=0$. C'est ce que rappelle l'indice q . L'abscisse sur la fig. 10 est alors $(\gamma^0 + g^0 \operatorname{cotg} \phi) B / 2q^0$.

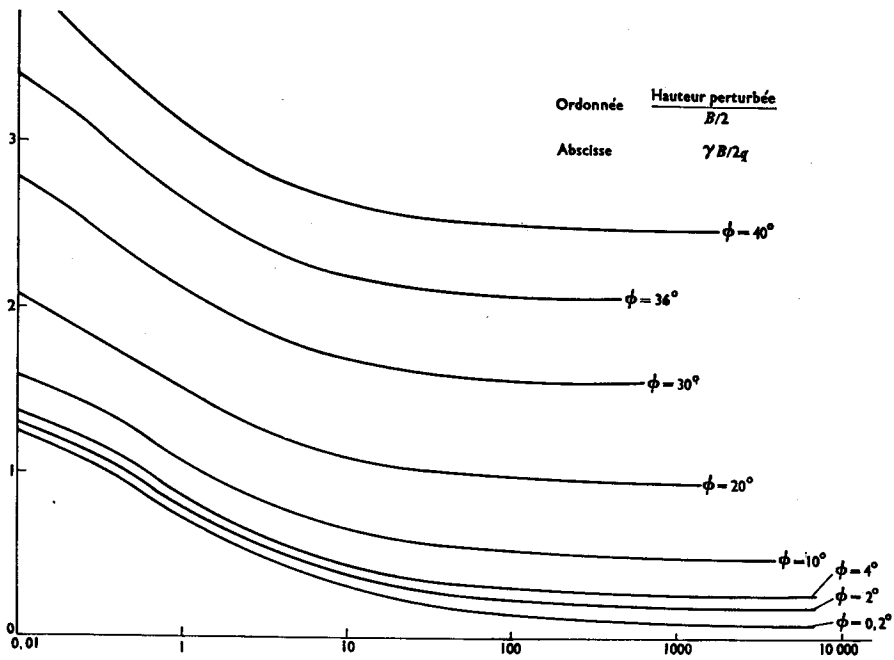


Fig. 9. Profondeur de la zone plastique

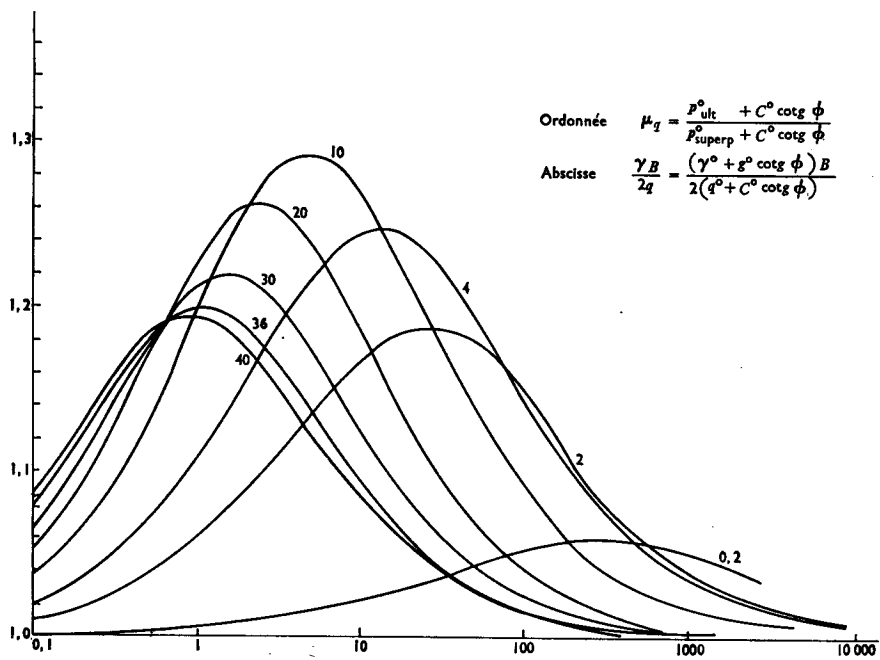


Fig. 10. Comparaison avec la méthode de superposition (pour $C^0=0$)

Cela étant on voit que μ_q est toujours supérieur à 1. Ce résultat est conforme à l'affirmation habituelle selon laquelle la méthode de superposition va dans le sens de la sécurité⁷.

Pour $\phi=0$, on obtient la droite $\mu_q=1$: ceci tient au fait que dans ce cas, si $C^0=0$, il est rigoureux de superposer les effets du gradient g^0 et de la surcharge q^0 ; pour $g^0 \neq 0$ on obtient une abscisse infinie sur la fig. 10, et pour $g^0=0$, elle est indéterminée.

Les coordonnées du maximum des courbes sont données dans le tableau 3 en fonction de ϕ .

On constate que μ_q^{\max} est une fonction croissante de ϕ jusqu'à $\phi=10^\circ$ environ et décroissante ensuite. Pour $\phi=30^\circ$ la comparaison avec les résultats de Lundgren et Mortensen (1953) fait apparaître une certaine discordance sur la valeur de μ_q^{\max} , puisque ces auteurs ont trouvé 1,17, la concordance étant bonne quant à l'abscisse du maximum.

Pour représenter le rapport des capacités portantes obtenues par les deux calculs dans le cas $q^0=0$, on introduit de même à partir de l'équation (16) le coefficient μ_c en fonction de l'abscisse $\gamma B/2q$, que l'on peut aussi écrire $gB/2c$ en posant $g=g^0+\gamma^0 \operatorname{tg} \phi$ —l'abscisse pour $q^0=0$ est donc alors $(g^0+\gamma^0 \operatorname{tg} \phi)/2C$.

$$\mu_c\left(\frac{\gamma B}{2q}, \phi\right) = F_c\left(\frac{\gamma B}{2C}, \phi\right) / \left[N_c(\phi) + \frac{\gamma B}{2C} N_\gamma(\phi) \right] \quad \dots \quad (38)$$

La fig. 11 présente la courbe de μ_c pour chaque valeur de ϕ étudiée. On a encore affaire à des courbes en cloches. Leurs maximums sont donnés au tableau 4.

On remarque que μ_c^{\max} est une fonction décroissante de ϕ , le cas $\phi=0$ étant cette fois le plus défavorable⁸.

De plus, on voit que, surtout pour les petits angles ϕ , la méthode de superposition conduit à une sous-estimation beaucoup plus importante en négligeant le couplage entre poids spécifique—gradient de cohésion et cohésion en surface, qu'en négligeant celui entre poids spécifique—gradient de cohésion et surcharge.

La comparaison entre les capacités portantes fournies par les deux calculs dans l'hypothèse $C^0 \neq 0$, $q^0 \neq 0$, $\gamma^0 \neq 0$, $g^0 \neq 0$, ne peut évidemment être examinée dans le cas général. Elle résulte d'un mélange entre les deux cas extrêmes étudiés ci-dessus. Pour $\phi \geq 20^\circ$ les courbes représentatives de μ_q et μ_c sont pratiquement identiques⁹ et donnent le facteur de comparaison μ dans le cas général.

UTILISATION PRATIQUE DES RÉSULTATS DE L'ÉTUDE

La présentation des résultats sous la forme des fig. 6 et 7 semble permettre une utilisation pratique assez aisée. En effet, ainsi qu'on l'a dit le pinceau de courbes est remarquablement serré pour $4^\circ \leq \phi \leq 40^\circ$. Cela signifie que du point de vue pratique et pour cette plage de valeurs de ϕ il est possible de confondre ce pinceau avec une courbe moyenne en ne commettant qu'une erreur de 2% à 3% au maximum par rapport au calcul global, tout en ayant une amélioration notable sur la formule de superposition représentée, elle, par une droite.

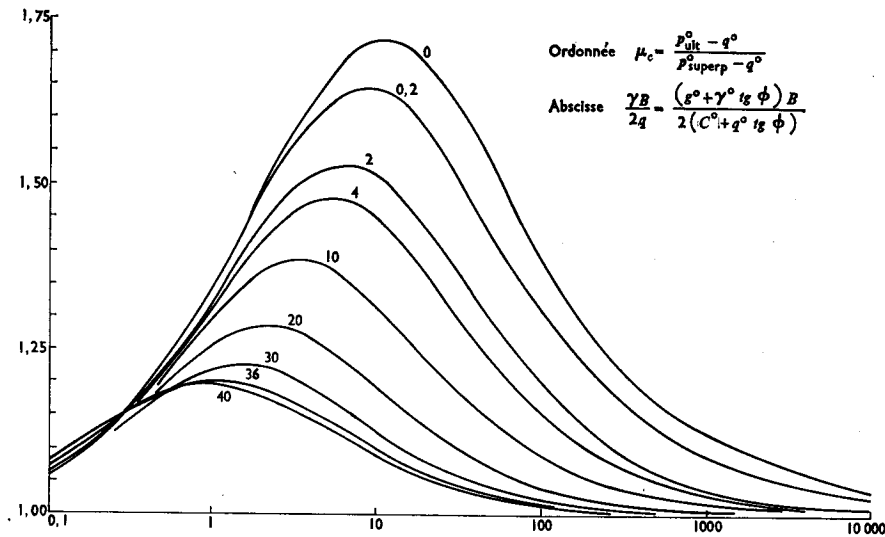
Ainsi on utilisera les abaques simplifiés de la fig. 12 conjointement avec l'abaque représentatif de N_γ et N_q (fig. 5).

Pour les faibles valeurs de ϕ on utilisera plutôt les courbes de la fig. 8 en coordonnées réduites (32) et (33). On sait d'ailleurs que dans le cas $\phi=0$ la représentation (30) et (31) dégénère. Une autre façon de procéder pour les faibles valeurs de ϕ peut d'ailleurs consister

⁷ Il est bon de rappeler que la démonstration rigoureuse de cette propriété suppose que les champs de contrainte considérés sont connus, statiquement et plastiquement admissibles dans tout le solide, et que l'on a affaire à un matériau de Coulomb standard.

⁸ On ne doit pas oublier que μ_c représente la comparaison à la méthode de superposition dans le cas $q^0=0$; pour $\phi=0$ le résultat obtenu traduit le fait que la superposition des effets de C^0 et de g^0 n'est pas rigoureuse.

⁹ μ_c et μ_q sont liés par $\mu_c = \mu_q + (\mu_q - 1) / [N_\gamma(\gamma B/2q) + N_q - 1]$.

Fig. 11. Comparaison avec la méthode de superposition (pour $q^0=0$)

à faire un calcul par la méthode de superposition avec les coefficients N_c , N_γ de la fig. 5 auquel on applique ensuite le coefficient μ_c donné par la fig. 11.

COMPARAISON AVEC D'AUTRES MÉTHODES

Dans la littérature classique pour le cas du sol homogène, mise à part l'étude globale effectuée dans un autre esprit par Graham et Stuart (1971), la formule utilisée pour la capacité portante est toujours la formule de superposition. Le coefficient $N_\gamma(\phi)$ à introduire dans cette formule prend des valeurs différentes suivant les auteurs, en particulier selon la méthode de calcul adoptée (Meyerhof, 1951; Terzaghi, 1965; Caquot et Kérisel, 1966; Terzaghi et Peck, 1966); pour $N_c(\phi)$ et $N_q(\phi)$, les valeurs du tableau 1, obtenues à partir des expressions analytiques sont désormais adoptées par tous.

À titre d'exemple, la fig. 13 représente, en coordonnées réduites (30) et (31) dans lesquelles les coefficients N_γ et N_q ont les valeurs du tableau 1, les résultats obtenus par le calcul global et

Tableau 3. Comparaison avec la méthode de superposition (pour $C^0=0$): valeurs maximales du coefficient μ_q

ϕ	0°	$0,2^\circ$	2°	4°	10°	20°	30°	36°	40°
μ_q^{\max}	1	1,06	1,186	1,246	1,29	1,262	1,218	1,198	1,193
$\gamma B/2q$		320	27	13	5	2,4	1,5	1,1	0,9

Tableau 4. Comparaison avec la méthode de superposition (pour $q^0=0$): valeurs maximales du coefficient μ_c

ϕ	0°	$0,2^\circ$	2°	4°	10°	20°	30°	36°	40°
μ_c^{\max}	1,715	1,640	1,526	1,475	1,385	1,280	1,225	1,200	1,195
$\gamma B/2q$	11,5	9	6,5	5,4	3,5	2,3	1,5	1,1	0,9

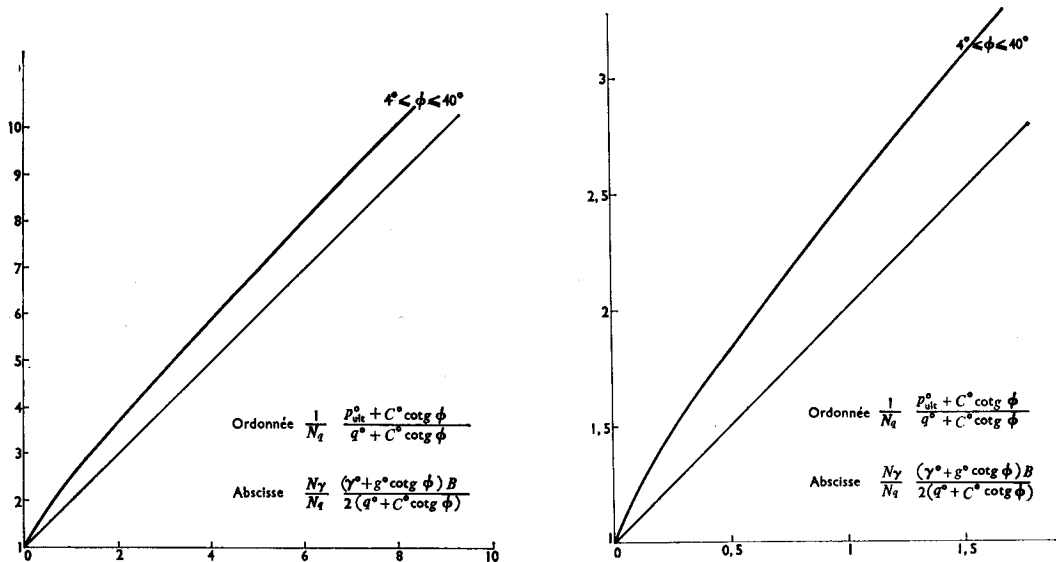


Fig. 12. Abaque simplifié pour $4^\circ \leq \phi \leq 40^\circ$ (erreur $\leq 3\%$)

ceux fournis par la formule de superposition en utilisant les coefficients $N_\gamma(\phi)$, calculés selon Caquot et Kérisel au moyen des tables de Caquot *et al.* (1973). Ces coefficients sont supérieurs à ceux donnés au tableau 1 et on aboutit donc à une surestimation de la capacité portante lorsque l'effet de la pesanteur est prépondérant; par contre il y a souvent une légère sous-estimation pour les fondations étroites.

Pour le sol non homogène, dans le cas $\phi \neq 0$, il y a lieu de comparer les résultats du calcul global présenté dans cette étude et ceux obtenus par application de la formule de superposition pour le matériau de cohésion constante égale à C^0 avec le facteur de correction donné par les abaques de (Salençon *et al.*, 1973). Les deux calculs sont identiques dans le cas $q^0 = \gamma^0 = 0$; dans les autres cas, cette utilisation de la formule de superposition conduit aussi à une sous-estimation de la capacité portante, mais qui est moindre que celle examinée en détail au paragraphe précédent.

D'autre part, Reddy et Srinivasan (1970) ont procédé à un calcul prenant en compte simultanément une certaine forme d'anisotropie du sol et l'influence du gradient de cohésion. Ils font l'hypothèse du coin rigide et représentent leurs résultats par une formule de superposition qui fait intervenir des facteurs calculés par une méthode semi-globale. Compte-tenu des hypothèses différentes adoptées pour les calculs, les résultats pour des cas comparables, semblent en bon accord.

Plusieurs études ont été consacrées au cas du matériau de cohésion variable avec la profondeur, pour $\phi = 0$. Les équations (39) et (40) ont été proposées par Salençon (1968, 1969) et fournissent des valeurs par excès de la capacité portante

$$p_{ult}^0 = q^0 + (\pi + 2)C^0 + 2g^0B \quad \text{si } g^0B/C^0 \leq \frac{1}{2} \quad \dots \quad (39)$$

$$p_{ult}^0 = q^0 + (\pi + 3)C^0 + g^0B - \frac{1}{4}(C^0)^2/g^0B \quad \text{si } g^0B/C^0 \geq \frac{1}{2} \quad \dots \quad (40)$$

Giroud *et al.* (1973) proposent, avec réserve, une formule dont le coefficient du terme de cohésion est issu d'un calcul de cercles de glissement.

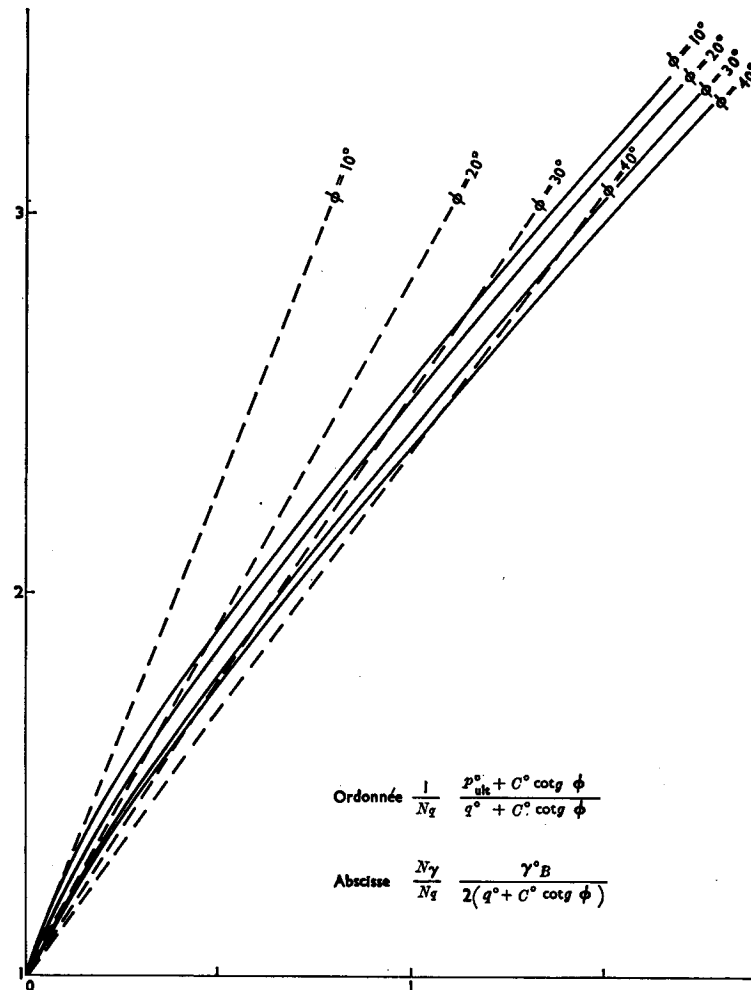


Fig. 13. Comparaison avec la formule de superposition (coefficients de Caquot et Kérisel)

Le calcul global a été effectué par Berthet *et. al.* (1972); ses résultats ont été repris ici et sont en parfait accord avec ceux de Davis et Booker (1973)¹⁰. On démontre que l'équation (39) n'est autre que leur linéarisation autour de $g^0 B/C^0 = 0$.

CONCLUSION

Cette étude a permis de mettre en évidence les points suivants.

Dans le cas d'un sol $\phi \neq 0$ il y a équivalence entre l'existence d'un gradient de cohésion vertical constant et l'addition d'un terme constant au poids spécifique du sol.

Par l'emploi de coordonnées réduites utilisant les facteurs N_γ et N_q et s'appuyant sur l'équivalence ci-dessus et sur le théorème des états correspondants, les résultats du calcul global de la capacité portante incluant les effets de pesanteur, surcharge, cohésion, gradient vertical de cohésion, sont représentés par une courbe pour chaque valeur de ϕ .

¹⁰ Ces derniers ont d'ailleurs démontré le caractère complet de la solution correspondante, ce qui signifie que l'on atteint la valeur exacte de la capacité portante.

Pour $4^\circ \leq \phi \leq 40^\circ$ cette représentation permet pour les besoins pratiques de se contenter de l'utilisation d'une courbe unique, en ne commettant qu'une erreur minime.

Comparée à ce calcul global, la méthode de superposition utilisant les coefficients N_γ , N_q , N_c théoriques conduit dans tous les cas à une sous-estimation, le plus souvent non négligeable, de la capacité portante.

La sous-estimation est très importante pour l'effet du couplage entre cohésion en surface et gradient de cohésion, et cela pour les angles petits (effet très important pour $\phi=0$). Ce résultat paraît d'autant plus utile que c'est surtout pour les sols d'angle ϕ faible que l'on rencontre des gradients de cohésion non négligeables—sols marins par exemple (Duncan et Buchignani, 1973).

On remarquera enfin que la forme même des courbes des fig. 6–8 montre qu'une linéarisation ajustée pour les fondations de largeur faible conduira nécessairement à une surestimation de la capacité portante pour les fondations de moyenne ou grande largeur: on aura ainsi l'apparence d'un effet d'échelle.

De plus on peut aussi voir là l'explication du fait que les coefficients N_γ obtenus par le calcul 'exact' (du point de vue de la théorie de la plasticité) aient toujours été reconnus comme trop faibles pour les utilisations pratiques dans la formule de superposition.

ANNEXE

Passage à la limite pour $\phi=0$

On part de la solution du problème pour $\phi \neq 0$ et $q=0$, pour laquelle on a, par application directe de l'équivalence gradient-poids spécifique

$$p_{\text{uit}}^0 = \frac{\gamma B}{2} N_\gamma(\phi) = \frac{1}{2} (\gamma^0 + g^0 \cotg \phi) B N_\gamma(\phi) \quad (41)$$

faisant tendre ϕ vers zéro et admettant 'comme physique' la continuité de p_{uit}^0 en ϕ , on tend vers la solution du cas $\phi=0$, $q=0$, soit

$$p_{\text{uit}}^0 = \frac{1}{2} g^0 B \quad (42)$$

dont on déduit que

$$\cotg \phi N_\gamma(\phi) \xrightarrow{\phi \rightarrow 0} \frac{1}{2} \quad (43)$$

Cela étant, on voit que pour $\phi=0$, les coordonnées réduites (30) et (31) ont la signification suivante.

Si $C^0 \neq 0$, l'ordonnée

$$\frac{1}{N_q} p = \frac{1}{N_q} \frac{p_{\text{uit}}^0 + C^0 \cotg \phi}{q^0 + C^0 \cotg \phi} \quad (\phi \rightarrow 0)$$

est identique à 1
l'abscisse

$$\frac{N_\gamma}{N_q} \frac{1}{2} \frac{\gamma B}{q} = \frac{N_\gamma}{N_q} \frac{1}{2} \frac{\gamma^0 + g^0 \cotg \phi}{q^0 + C^0 \cotg \phi} B \quad (\phi \rightarrow 0)$$

est identique à 0.

Si $C^0=0$, l'ordonnée est

$$\frac{1}{N_q} p = \frac{p_{\text{uit}}^0}{q^0}$$

et l'abscisse

$$\frac{N_\gamma}{N_q} \frac{1}{2} \frac{\gamma B}{q} = \frac{N_\gamma}{N_q} \frac{1}{2} \frac{\gamma^0 + g^0 \cotg \phi}{q^0} B$$

est donc égale à $\frac{1}{2} g^0 B / q^0$.

Exemples d'application

Calculer la capacité portante d'une semelle filante de largeur $B=5$ m, encastrée de $D=1$ m, dans le sol de caractéristiques $\phi=20^\circ$, $C^0=16$ kN/m², $\gamma^0=16$ kN/m³ on a:

$$C^0 \cotg \phi = 16 \times 2,747 = 43,96 \text{ kN/m}^2$$

$$q = q^0 + C^0 \cotg \phi = 59,96 \text{ kN/m}^2$$

$$\begin{aligned}\gamma &= \gamma^0 = 16 \text{ kN/m}^3 \\ N_\gamma &= 2,84 \quad N_q = 6,4 \\ \frac{1}{2} \frac{N_\gamma \gamma B}{N_q q} &= 0,296.\end{aligned}$$

D'où par lecture sur la courbe

$$\frac{1}{N_q} \frac{p_{\text{ult}}}{q} = 1,5$$

dont on tire

$$p_{\text{ult}}^0 = 532 \text{ kN/m}^2.$$

(Avec les coefficients de Caquot *et al.* (1973) dans la formule de superposition on obtient

$$p_{\text{ult}}^0 = 550 \text{ kN/m}^2).$$

Même calcul avec un faible gradient vertical de cohésion, $g^0 = \gamma^0/10 = 1,6 \text{ kN/m}^3$ alors

$$\begin{aligned}\gamma &= \gamma^0 + g^0 \cotg \phi = 20,4 \text{ kN/m}^3 \\ \frac{1}{2} \frac{N_\gamma \gamma B}{N_q q} &= 0,377 \\ \frac{1}{N_q} \frac{p_{\text{ult}}}{q} &= 1,63\end{aligned}$$

d'où

$$p_{\text{ult}}^0 = 581 \text{ kN/m}^2.$$

Influence du gradient de cohésion dans le cas $\phi=0$

Largeur de fondation $B = 100 \text{ m}$

Surcharge latérale $q^0 = 0$

Cohésion en surface $C^0 = 30 \text{ kN/m}^2$

Gradient de cohésion $g^0 = 3 \text{ kN/m}^3$.

Formule de superposition:

$$p_{\text{superp}}^0 = (\pi + 2)C^0 + \frac{1}{4}g^0B = 230 \text{ kN/m}^2.$$

Calcul global:

$$\frac{\gamma B}{2q} = \frac{g^0 B}{2C^0} = 5$$

par lecture sur la courbe:

$$\mu_c = 1,65$$

$$p_{\text{ult}}^0 = \mu_c p_{\text{superp}}^0 = 380 \text{ kN/m}^2$$

profondeur de la zone plastique par lecture sur la courbe:

$$\frac{h}{B/2} = 0,4 \rightarrow h = 20 \text{ m}.$$

RÉFÉRENCES

- Barbier, M. & Beaubat, M. (1971). *Poinçonnement d'un milieu semi-infini en matériau plastique de Coulomb non homogène*. Travail de fin d'études. É.N.P.C., École Polytechnique, Paris, Lab. Mécanique des Solides.
- Berthet, D., Hayot, J. C. & Salençon, J. (1972). Poinçonnement d'un milieu semi-infini en matériau plastique de Tresca non homogène. *Arch. of Mech.* **24**, n° 1, 127-138.
- Bishop, J. F. W. (1953). On the complete solution to problems of deformations of a plastic rigid material. *Jnl Mech. Phys. Solids* **2**, n° 1, 43-53.
- Caquot, A. & Kérisel, J. (1966). *Traité de mécanique des sols*, 4^e édition. Paris: Gauthier-Villars.
- Caquot, A., Kérisel, J. & Absi, E. (1973). *Tables de butée et de poussée*. Paris: Gauthier-Villars.
- Davis, E. H. & Booker, J. R. (1971). *The bearing capacity of strip footings from the standpoint of plasticity theory*. Univ. Sydney, Civ. Engng Lab., Research Report n° 170.
- Davis, E. H. & Booker, J. R. (1973). The effect of increasing strength with depth on the bearing capacity of clays. *Géotechnique* **23**, n° 4, 551-563.
- Duncan, J. M. & Buchignani, A. L. (1973). Failure of underwater slope in San Francisco bay. *Jnl Soil Mech. Fdn Div. Am. Soc. Civ. Engrs* **99**, SM9, 687-703.
- Favretti, G. (1965a). Impronta di un punzone rigido su un materiale non omogeneo. *Ingegn. Mecc.* **14**, n° 9, 37-50.

- Favretti, G. (1965b). Dipendenza fra durezza e profondità di cimentazione. Applicazione della teoria della plasticità dello studio del problema. *Ingegn. Mecc.* **15**, n° 6.
- Favretti, G. (1966). Indentation of a rigid punch on a plastically non homogeneous material. *Meccanica* **1**, n° 3/4, 83-94.
- Florentin, P. & Gabriel, Y. (1974). *Force portante d'une fondation sur sol verticalement non homogène*. Travail de fin d'études É.N.P.C., École Polytechnique, Paris, Lab. Mécanique des Solides.
- Giroud, J. P., Tran Vo Nhiem & Obin, J. P. (1973). *Tables pour le calcul des fondations*. Paris: Dunod.
- Graham, J. & Stuart, J. G. (1971). Scale and boundary effects in foundation analysis. *Jnl Soil Mech. Fdn Div. Am. Soc. Civ. Engrs* **97**, SM 11, 1533-1548.
- Lundgren, H. & Mortensen, K. (1953). Determination by the theory of plasticity of the bearing capacity of continuous footings on sand. *Proc. 3rd Int. Conf. Soil Mech., Zürich* **1**, 409-412.
- Mandel, J. & Salençon, J. (1972). Force portante d'un sol sur une assise rigide (étude théorique). *Géotechnique* **22**, n° 1, 79-93.
- Meyerhof, G. (1951). The ultimate bearing capacity of foundation. *Géotechnique* **2**, n° 4, 301-332.
- Radenkovic, D. (1961). Théorèmes limites pour un matériau de Coulomb à dilatation non standardisée. *C.R. Hebd. Séanc. Acad. Sci., Paris* **252**, 4103-4104.
- Reddy, A. S. & Srinivasan, R. J. (1970). Bearing capacity of footings on anisotropic soils. *Jnl Soil Mech. Fdn Div. Am. Soc. Civ. Engrs* **96**, SM 16, 1967-1986.
- Roche, C. (1973). *Force portante d'une fondation superficielle*. Travail de fin d'études. É.N.P.C., École Polytechnique, Paris, Lab. Mécanique des Solides.
- Salençon, J. (1968). Étude d'une classe de solutions cinématiques pour le problème du poinçonnement d'un demi-plan non homogène. *C.R. Hebd. Séanc. Acad. Sci., Paris* **267**, série A, 171-173.
- Salençon, J. (1969). *La théorie des charges limites dans la résolution des problèmes de plasticité en déformation plane*. Th. Doct. Sc., Univ. Paris.
- Salençon, J. (1974a). *Théorie de la plasticité pour les applications à la mécanique des sols*. Paris: Eyrolles.
- Salençon, J. (1974b). *Plasticité pour la mécanique des sols*. CISM, session Rankine, juillet, Udine, Italie.
- Salençon, J. (1974c). Bearing capacity of footing on a $\phi=0$ soil with linearly varying shear strength. *Géotechnique* **24**, n° 3, 443-446.
- Salençon, J., Barbier, M. & Beaubat, M. (1973). Force portante d'une fondation sur sol non homogène. *C.R. 8° Congr. Int. Méc. Sols, Moscou* **1.3**, 219-224.
- Terzaghi, K. (1965). *Theoretical soil mechanics*. New York: John Wiley and Sons.
- Terzaghi, K. & Peck, R. (1966). *Soil mechanics in engineering practice*. New York: John Wiley and Sons.