

PLASTICITÉ. — *Capacité portante d'une fondation sur un sol de cohésion variable.*  
 Note (\*) de MM. Jean Salençon, Pierre Florentin et Yves Gabriel, présentée par  
 M. Paul Germain.

La capacité portante globale d'une semelle filante rigide sur un sol dont la cohésion croît linéairement avec la profondeur a été calculée. L'effet du gradient de cohésion est équivalent à celui du poids spécifique. On a montré qu'il est possible pour les besoins pratiques de représenter les résultats obtenus par une courbe unique en utilisant des coordonnées adimensionnelles réduites. On a mis en évidence l'importance du couplage entre poids spécifique-gradient de cohésion et cohésion en surface dans le cas des sols d'angle de frottement interne faible.

POSITION DU PROBLÈME. — On se propose de déterminer, en utilisant la théorie des équilibres limites plans, la capacité portante  $p_{ult}^0 = F^0/B$  d'une semelle filante rigide, de largeur  $B$ , chargée axialement (force  $F^0$ ), sur un sol de Coulomb d'angle de frottement interne  $\varphi$  constant, et dont la cohésion croît linéairement avec la profondeur ( $-z$ ) selon la formule  $C = C^0 - g^0 z$ .

Dans une étude antérieure <sup>(1)</sup> ce problème a été traité en utilisant la méthode de superposition; on procède ici à un calcul global, incluant simultanément tous les effets.

ÉTUDE DU CAS  $\varphi = 0$ . — Le cas du sol d'angle de frottement interne nul a fait l'objet d'études antérieures. En s'appuyant sur l'indépendance du critère de plasticité vis-à-vis de la pression moyenne, et sur des considérations d'analyse dimensionnelle, on voit que l'on a nécessairement pour la capacité portante  $p_{ult}^0$  des expressions de la forme :

$$(1) \quad \text{si } C^0 \neq 0 : p_{ult}^0 - q^0 = C^0 \mathcal{F}_c(g^0 B/C^0),$$

$$(2) \quad \text{si } C^0 = 0 : p_{ult}^0 - q^0 = g^0 B \cdot K,$$

où  $K$  est une constante.

Le calcul de  $\mathcal{F}_c$  a été effectué dans <sup>(2)</sup> et <sup>(3)</sup>, et on a montré <sup>(4)</sup> que  $K = 1/4$ .

ÉTUDE DU CAS  $\varphi \neq 0$ . — L'écriture des équations du problème pour les contraintes conduit à introduire le problème modifié  $\mathcal{S}$  suivant : détermination de la capacité portante  $p_{ult}$  de la même fondation, sur un sol d'angle de frottement interne  $\varphi$  constant, de cohésion nulle, soumis à la surcharge uniforme  $q = q^0 + C^0 \cotg \varphi$ , et de poids spécifique  $\gamma = \gamma^0 - \cotg \varphi \cdot dC/dz$ .

On montre alors que :  $p_{ult}^0 + C^0 \cotg \varphi = p_{ult}$ .

Ce résultat met en évidence des groupements entre les paramètres du problème <sup>(5)</sup> qui, par des considérations d'analyse dimensionnelle, permettent d'écrire :

$$(3) \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{si } q = q^0 + C^0 \cotg \varphi \neq 0 : \\ p_{ult} = p_{ult}^0 + C^0 \cotg \varphi = (q^0 + C^0 \cotg \varphi) \cdot \mathcal{F}_a \left( \frac{\gamma^0 + g^0 \cotg \varphi}{2(q^0 + C^0 \cotg \varphi)} B, \varphi \right); \end{array} \right.$$

$$(4) \quad \text{si } q = q^0 + C^0 \cotg \varphi = 0 : p_{ult}^0 + C^0 \cotg \varphi = \frac{\gamma^0 + g^0 \cotg \varphi}{2 \left( \frac{q^0 + C^0 \cotg \varphi}{\gamma^0 + g^0 \cotg \varphi} \right)} B \cdot N_\gamma(\varphi),$$

$N_y(\varphi)$

où  $N_y(\varphi)$  a sa signification habituelle : coefficient du terme de surface pour la capacité portante d'une fondation.

La construction de la solution globale du problème  $\mathcal{S}$ , au moyen de la théorie des équilibres limites plans, permet le calcul de  $\mathcal{F}_q(\gamma B/2 q, \varphi)$  (6). La figure 1 montre un réseau typique de lignes caractéristiques, pour  $q \neq 0$ ; pour  $q = 0$ , c'est le calcul de  $N_y(\varphi)$  déjà présenté dans d'autres publications.

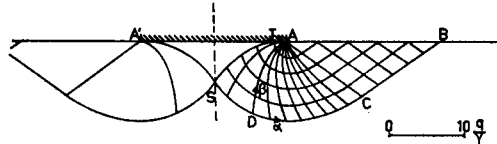


Fig. 1

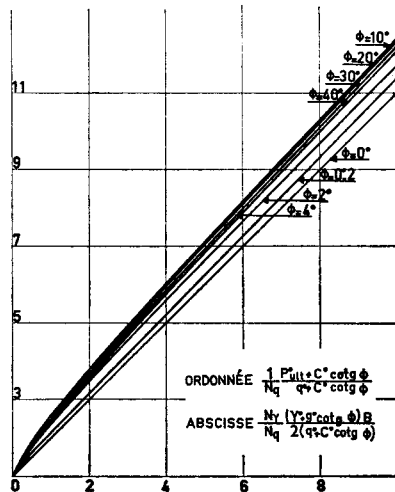


Fig. 2

REPRÉSENTATION DES RÉSULTATS. — On utilise des coordonnées adimensionnelles réduites, inspirées par les formules (3) et (4). En abscisse :  $x = (\gamma B/2 q) \cdot (N_y/N_q)$ ; en ordonnée :  $y = (p_{ult}/q) \cdot (1/N_q)$ . Ceci compense les différences d'ordre de grandeur de  $\mathcal{F}_q$  suivant les valeurs de  $\varphi$  : toutes les courbes partent du point (0,1) et la direction de pente 1 leur est asymptotique. Les résultats sont présentés sur la figure 2 pour  $0^\circ \leq \varphi \leq 40^\circ$ . On notera qu'avec ce système de coordonnées la droite  $y = 1 + x$  correspond à l'application de la formule de superposition,  $\forall \varphi$ .

On remarque que pour  $4^\circ \leq \varphi \leq 40^\circ$ , il est légitime pour les besoins pratiques de confondre les courbes cotées de la figure 2 en une courbe unique. D'autre part, l'écart maximal entre le calcul global et la formule de superposition est atteint pour  $\varphi = 10^\circ$  : désignant par  $\mu_q(\gamma B/2 q, \varphi)$  le rapport des résultats des deux calculs tels qu'ils sont représentés sur la figure 2, on voit que  $\mu_q$  atteint la valeur 1,29 pour  $\varphi = 10^\circ$  et  $\gamma B/2 q = 5$ .

Pour le problème initial  $\mu_q$  traduit l'effet du couplage entre  $q^0$  et  $\gamma^0 + g^0 \cotg \varphi$  quand  $C^0 = 0$ . L'effet du couplage entre  $C^0$  et  $\gamma^0 + g^0 \cotg \varphi$  quand  $q^0 = 0$  est représenté par

$$(5) \quad \mu_c \left( \frac{\gamma B}{2q}, \varphi \right) = (p_{ult}^0 - q^0) \frac{\gamma B}{2} \cdot N_\gamma(\varphi) + (C^0 + q^0 \operatorname{tg} \varphi) N_c(\varphi).$$

(rapport des capacités portantes calculées par les deux méthodes pour  $q^0 = 0$ ).

On remarque sur la figure 3 où on a porté  $\mu_c(\varphi)$  en fonction de  $\gamma B/2q$  que  $\mu_c$  est une fonction décroissante de  $\varphi$ , et que pour les faibles valeurs de  $\varphi$ , on sous-estime beaucoup la capacité portante de la fondation en négligeant le couplage entre poids spécifique-

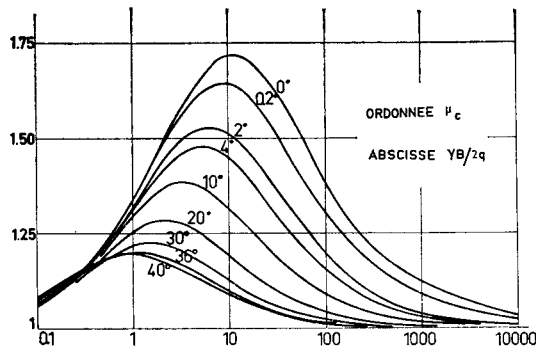


Fig. 3

gradient de cohésion et cohésion en surface. Ainsi dans le cas  $\varphi = 0$ , la contribution du couplage entre gradient de cohésion et cohésion en surface peut représenter jusqu'à 42 % de la force portante globale totale.

On trouvera dans une prochaine publication <sup>(7)</sup> d'autres résultats concernant ce problème ainsi qu'un exemple d'application.

(\*) Séance du 19 janvier 1976.

(1) J. SALENÇON, M. BARBIER et M. BEAUBAT, *C. R. 8<sup>e</sup> Congrès Int. Mec. Sols*, Moscou, 1973, p. 219.

(2) D. BERTHET, J. C. HAYOT et J. SALENÇON, *Archives of Mechanics*, 24, n° 1, 1972, p. 127.

(3) E. H. DAVIS et J. R. BOOKER, *Géotechnique*, 23, n° 4, 1973, p. 551.

(4) J. SALENÇON, *Géotechnique*, 24, n° 3, 1974, p. 443.

(5) En particulier, il y a équivalence entre l'effet du gradient de cohésion et celui du poids spécifique.

(6) Construction analogue à celle effectuée dans un cadre plus restreint par H. LUNDGREN et K. MORTENSEN, *C. R. 3<sup>e</sup> Congrès Int. Mec. Sols*, Zurich, 1, 1953, p. 409.

(7) J. SALENÇON, P. FLORENTIN et Y. GABRIEL, *Capacité portante globale d'une fondation sur un sol non homogène* (à paraître dans *Géotechnique*, juin 1976).