

ANNALES DE L'INSTITUT TECHNIQUE
DU BATIMENT ET DES TRAVAUX PUBLICS

SÉRIE : THÉORIES ET MÉTHODES
DE CALCUL

Supplément au N° 313 JANVIER 1974

N° 165

QUELQUES RÉSULTATS THÉORIQUES CONCERNANT LA BUTÉE D'UNE PAROI SUR UN COIN PLASTIQUE

par

Jean **SALENÇON**

Ingénieur des Ponts et Chaussées - Docteur ès Sciences
Laboratoire de Mécanique des Solides. Ecole Polytechnique

RESUME

On étudie, dans le cadre de la théorie des charges limites, le chargement d'une paroi rigide lisse agissant sur un massif plastique en forme de coin. Les résultats présentés permettent de préciser pour les diverses valeurs de l'angle du coin plastique (obtus) la frontière d'écoulement de ce système; cette frontière est connue dans le cas où la force normale agissant sur la plaque est centrée ou excentrée du côté du sommet du coin plastique; dans le cas d'une force excentrée du côté opposé, un arc de la frontière a été déterminé et on a obtenu pour la partie restante un encadrement et en particulier une approximation intérieure (c'est-à-dire par défaut donc dans le sens de la sécurité) non triviale qui pourrait être d'une grande utilité.

ZUSAMMENFASSUNG

Im Rahmen der Theorie der Grenzlasten wird die Belastung einer glatten steifen Wand, die auf einen plastischen keilförmigen Massivkörper einwirkt, untersucht. Die gezeigten Ergebnisse gestatten es, für die verschiedenen Winkelwerte des plastischen Keils (stumpfe Winkel) die Fließgrenze des Systems genauer zu bestimmen; diese Grenze ist bekannt in Falle, wo die senkrecht, auf die Platte wirkende Kraft auf der Scheitelseite des plastischen Keils zentrisch oder exzentrisch wirkt. Im Falle einer auf der Gegenseite exzentrisch wirkenden Kraft, wurde ein Bogen der Grenze bestimmt und für den verbleibenden Teil eine Umrahmung erhalten und, insbesondere, eine untere, nicht triviale (d.h. nach unten, somit im Sinne der Sicherheit) erweisen könnte.

Mots clés. — Butée des terres - paroi - coin - sol - plasticité - écoulement plastique - théorie - charge limite - force portante - fondation - sol cohérent - cohésion - statique - cinématique.

SUMMARY

The subject of the present communication, carried out within the framework of the theory of limit loads, is the loading of a rigid smooth wall acting on a plastic body in the form of a wedge. The results presented allow us to define the yield boundary of this system for the various values of the angle of the (obtuse) plastic wedge; this boundary is known in the case in which the normal force acting on the plate is centered or eccentric on the side of the tip of the plastic wedge; in the case of an eccentric force on the opposite side, an arc of the boundary has been determined. We have obtained for the part left a framing and in particular an internal approximation (that is, by default, hence in the direction of security) which could be very useful.

RESUMEN

La carga de una pared rígida lisa que actúa sobre un macizo plástico en forma de cuña, ha sido estudiada dentro del marco de la teoría de las cargas. Los resultados presentados permiten precisar, para los distintos valores del ángulo de la cuña plástica (obtus) la frontera de flujo de dicho sistema. Esta frontera es conocida en el caso en que la fuerza normal que actúa sobre la placa se encuentra centrada o descentrada por el lado del vértice de la cuña plástica. En el caso de una fuerza descentrada por el lado opuesto, ha sido determinado un arco de la frontera y se ha obtenido, para la parte restante, un encuadramiento y, en particular, una aproximación interior (es decir, por defecto y consecutivamente, en el sentido de la seguridad) no trivial, que podría ser de una gran utilidad.

Les thèses et la méthode d'exposition adoptées par les auteurs peuvent parfois heurter certains points de vue habituellement admis. Mais il doit être compris que ces thèses, à l'égard desquelles l'Institut Technique ne saurait prendre parti, ne visent en rien les personnes ni le principe des Institutions.

QUELQUES RÉSULTATS THÉORIQUES CONCERNANT LA BUTÉE D'UNE PAROI SUR UN COIN PLASTIQUE

Par Jean SALENÇON

1. — INTRODUCTION

Le but de cet article est de présenter les résultats d'une étude concernant le problème classique de la butée d'une paroi rigide sur un massif plastique en forme de coin. On se place dans le cas du matériau de Tresca standard non pesant, de cission limite k .

Dans un précédent article [8], ce problème a été étudié pour le coin aigu ou obtus en s'attachant principalement à compléter les solutions classiques du point de vue statique. Ceux des résultats obtenus, utiles pour la compréhension du présent article, seront rappelés ci-dessous; ils concernent les chargements limites de la paroi lorsque celle-ci est soumise à une force verticale centrée ou excentrée du côté du sommet du coin plastique.

On se propose ici d'examiner, dans le cas du coin obtus, les chargements limites de la paroi lorsqu'elle est soumise à une force verticale excentrée du côté opposé au sommet du coin plastique. On se place du point de vue de la théorie des charges limites, et les résultats sont représentés dans l'espace (ici, le plan) des paramètres de chargement. Pour cela, on utilisera successivement les méthodes cinématique et statique de la théorie des charges limites (voir [4], [5] et [9]).

L'intérêt de cette étude ne réside pas uniquement dans la résolution du problème en lui-même, qui n'est autre que l'étude du terme de cohésion dans la force portante théorique d'une fondation lisse au bord d'une pente en matériau purement cohérent et pour lesquels les résultats confirment et précisent certains points des recherches de GIROUD et TRAN VO NHIEM [3]. Nous pensons que le mode de résolution employé peut être considéré comme une méthode applicable à toute une classe de problèmes; en particulier, on trouvera dans cet article tous les éléments pour traiter, de façon analogue, de nombreux cas, par exemple celui où la fondation se trouve à une certaine distance du sommet du coin plastique.

2. — RAPPELS DES RÉSULTATS ANTÉRIEURS

Nous rappelons les résultats obtenus dans une étude antérieure [8] en nous limitant au cas du coin obtus seul envisagé dans cet article.

On pose angle $(Ox, OX) = \beta + \frac{\pi}{2}$, $OA = 2a$, et on suppose que Ox n'est pas chargé.

Le système a deux paramètres de chargement (voir [9] et [10]) qui sont les éléments de réduction au milieu de OA (par exemple) des efforts appliqués à OA : force normale N et moment M (fig. 1).

La figure 2 représente la frontière d'écoulement du système obtenue pour $M \geq 0$.

$$\text{En posant : } N_0 = 4ak(1 + \beta) \quad (1)$$

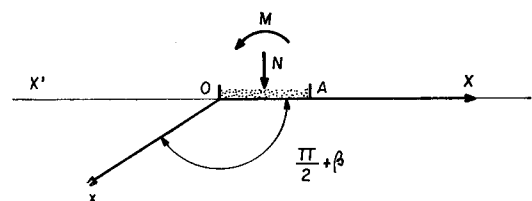


Fig. 1.

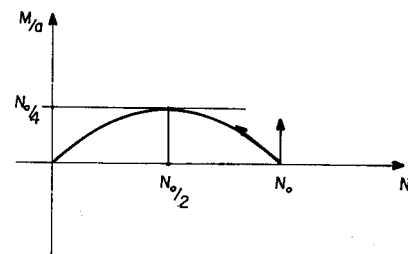


Fig. 2.

cette courbe est l'arc de parabole :

$$\left. \begin{aligned} \frac{M}{a} &= \frac{N}{N_0} (N_0 - N) \\ M &\geq 0 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

On a en effet mis en évidence une solution **complète** (*) pour chaque mouvement de la paroi rigide dont le centre instantané de rotation I est situé sur OX, la rotation étant effectuée dans le sens direct :

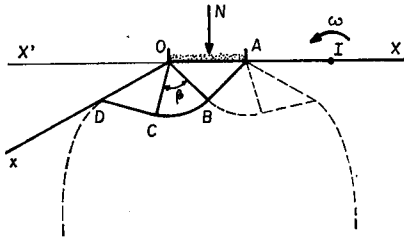


Fig. 3 a.

Si I appartient à AX la solution est la solution classique de Prandtl complétée statiquement (fig. 3 a). On obtient le point ($N = N_0, M = 0$) de la frontière d'écoulement; celui-ci est d'ailleurs singulier, puisque la pente de la tangente y varie de -1 à $-\infty$.

Si I est sur OA, la solution est représentée à la figure 3 b. Ces modes de déformation correspondent à l'application à la plaque OA d'une force normale excentrée du côté du sommet du coin : force appliquée au milieu de OI.

3. — CAS OU LA PAROI EST SOUMISE A UNE FORCE EXCENTRÉE A DROITE

Nous supposons $\beta < \pi/2$.

3.1. Examen de la solution de Prandtl.

Considérant le champ de contraintes de la solution de Prandtl complétée statiquement par la méthode de Bishop par exemple comme à la figure 3 a, on remarque qu'il n'est pas possible de lui associer un champ de vitesses qui puisse correspondre à un mouvement de la paroi dans le sens rétrograde autour d'un centre instantané de rotation situé sur X'O (le facteur indéterminé dans la loi de comportement serait alors négatif dans OAB et OCD).

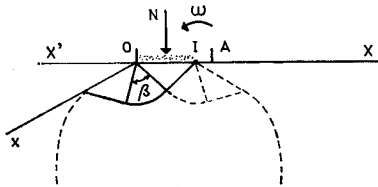


Fig. 3 b.

De cela, on tire la conséquence suivante :

Si $\beta < \pi/2$, le point singulier ($N = N_0, M = 0$) de la frontière d'écoulement du système est un

point conique où la tangente à l'arc ($M > 0$) a pour pente -1 (paragraphe 2) et la tangente à l'arc ($M < 0$) est certainement verticale.

En effet, si la tangente à l'arc ($M < 0$) avait une pente positive, alors on devrait nécessairement (voir [9] et [10]) pouvoir associer au champ de contraintes de la figure 3 a un champ de vitesses correspondant à cette direction, c'est-à-dire où $X(I) < 0$.

3.2. Approche cinématique.

Le résultat du paragraphe 3.1 concernant la tangente au point ($N = N_0, M = 0$), fournit un élément permettant une approximation extérieure de l'arc ($M < 0$) de la frontière d'écoulement du système.

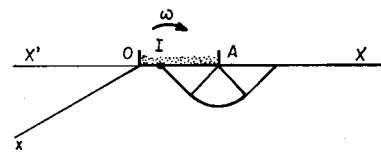


Fig. 4.

On complète cette approximation en considérant pour $0 < X(I) < 2a$ et $\omega < 0$, le mode de déformation représenté à la figure 4, dans lequel il y a décollement sous OI, et où le matériau chassé sous IA s'écoule vers la surface libre horizontale suivant le réseau de Prandtl d'ouverture $\pi/2$.

On obtient ainsi une solution **incomplète**, au sens de BISCHOP [1] (*), d'où une approximation extérieure de la frontière d'écoulement : l'enveloppe des droites obtenues pour chaque position de I sur OA; on voit aisément que cette enveloppe est :

$$\left. \begin{aligned} \frac{M}{a} &= \frac{N}{N'_0} \cdot (N - N'_0) \\ \text{avec } N'_0 &= 4 ak \left(1 + \frac{\pi}{2} \right) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

D'où, en combinant les résultats des paragraphes 3.1 et 3.2, la figure 5 qui représente pour $\beta < \pi/2$, l'arc ($M > 0$) de la frontière d'écoulement et l'approximation extérieure de l'arc ($M < 0$).

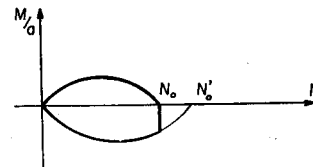


Fig. 5.

(*) Selon la terminologie de Bishop (voir [1]) : solution fournissant à la fois un champ de contraintes statiquement et plastiquement admissible dans tout le système, et un champ de vitesses associé, cinématiquement et plastiquement admissible.

(*) Voir aussi [7] : solution fournissant un champ de vitesses cinématiquement et plastiquement admissible, et un champ de contraintes statiquement et plastiquement admissible associé dans la zone déformée du système *seulement*. Une telle solution a le caractère cinématique dans la théorie des charges limites.

3.3. Approche statique.

On se propose maintenant d'obtenir une approximation intérieure de l'arc ($M < 0$) de la frontière d'écoulement par la méthode statique en mettant en évidence des champs de contrainte statiquement et plastiquement admissibles pour le cas où la paroi est soumise à une force normale excentrée à droite.

L'étude est basée sur le prolongement licite des champs de Prandtl par la méthode de Bishop. On sait (voir [7]) que ce prolongement est toujours possible et le champ de contraintes correspondant est rattaché à la figure 6.

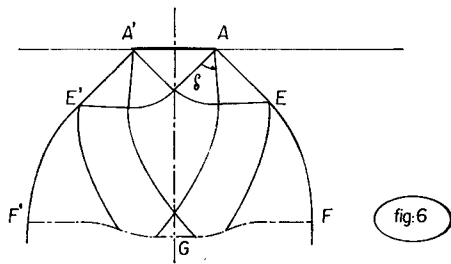


Fig. 6.

Pour une pression uniforme sur AA' égale à $p = 2k(1 + \delta)$, le champ de contraintes est entièrement à la limite d'écoulement à l'intérieur de $AEFGF'E'A'$; AF et $A'F'$ sont des surfaces libres; au-dessous de $F'GF$, ligne de discontinuité du champ de contraintes, le champ est uniaxial vertical, en deçà de la limite de plasticité; au-delà des surfaces libres, le champ de contraintes est le champ nul.

L'utilisation de ces champs dans le but indiqué plus haut est alors la suivante :

pour un excentrement donné e de la force appliquée à la paroi, on considère le champ de contraintes de la figure 6, dont l'axe de symétrie suit la ligne d'application de la force et dont l'ouverture δ est l'ouverture maximale compatible avec la géométrie du coin (fig. 7); on obtient ainsi un champ de contraintes licite : il suffit, en effet, de compléter, au-delà des surfaces libres $A'E'F'$ et AEF , par des champs de contraintes uniformément nuls.

La pression est nulle sur OA' et égale à $2k(1 + \delta)$ sur $A'A$.

Divers cas se présentent alors au fur et à mesure que l'on fait croître e de 0 à a .

- Pour $e = 0$ on a $\delta = \beta$

$$\begin{cases} N = 4ak(1 + \beta) = N_0 \\ M = 0 \end{cases} \quad (4)$$

solution indiquée au paragraphe 2.

• e croissant, la valeur de δ croît; elle est déterminée par la condition de tangence de $E'F'$ avec Ox (fig. 7 a), et on a :

$$\begin{cases} N = 4k(a - e)(1 + \delta) \\ M = -4ke(a - e)(1 + \delta) \end{cases} \quad (5)$$

- Pour une certaine valeur de e , soit e_0 , δ atteint la valeur $\pi/2$ (fig. 7 b), et :

$$\begin{cases} N = 4k(a - e_0)(1 + \pi/2) \\ M = -4ke_0(a - e_0)(1 + \pi/2) \end{cases} \quad (6)$$

e_0 est une fonction décroissante de β : e_0/a part de la valeur 0,792 pour $\beta = 0$ et tend vers 0,5 quand $\beta \rightarrow \pi/2$. (Pour $\beta = \frac{\pi}{2}$ on a évidemment $e_0 = 0$).

- Ensuite pour $e_0 < e \leq a$, l'angle δ reste fixé à $\pi/2$ (fig. 7 c), et :

$$\begin{cases} N = 4k(a - e)(1 + \pi/2) \\ M = -4ke(a - e)(1 + \pi/2) \end{cases} \quad (7)$$

La détermination de la valeur de δ en fonction de e/a a été effectuée numériquement, les formules (5), (6) et (7) permettent donc la construction d'une « approximation intérieure » de l'arc ($M < 0$) de la frontière d'écoulement du système.

On remarque que pour $e_0 \leq e \leq a$, cette approximation se compose d'un arc de la parabole d'équation (3), approximation extérieure obtenue au paragraphe 3.2. Donc cet arc appartient à la frontière d'écoulement du système. En fait, on dispose pour $e_0 \leq e \leq a$ d'une solution complète, le champ de contraintes de la figure 7 c correspond à la solution incomplète de la figure 4 ($I \equiv A'$).

A noter que pour $\beta = \pi/2$, on a $e_0 = 0$ et l'arc de parabole (3) appartient en entier à la frontière d'écoulement.

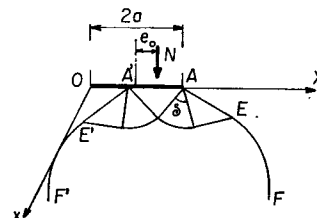


Fig. 7 a.

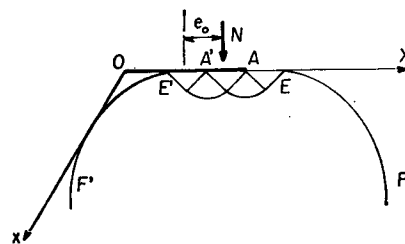


Fig. 7 b.

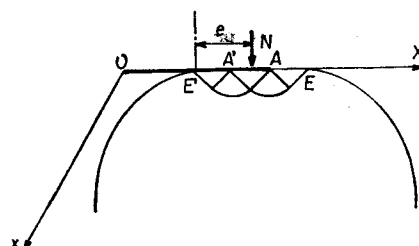


Fig. 7 c.

L'arc correspondant à l'équation (5) a, au point ($N = N_0$, $M = 0$), une tangente dont on peut calculer la pente; on trouve :

$$\left(\frac{d(M/a)}{dN}\right)_{\substack{N=N_0 \\ M=0}} = 1 / \left(1 - \frac{\cos \beta}{1 + \beta}\right) \quad (8)$$

qui varie donc de ∞ pour $\beta = 0$ à 1 pour $\beta = \pi/2$.

Ceci est en parfait accord avec le résultat du paragraphe 3.1 puisqu'il s'agit d'une approximation intérieure. De plus, quand β croît de 0 à $\pi/2$, la courbure au point (N_0 , 0) de la frontière d'écoulement croît et devient très prononcée au voisinage de $\beta = \pi/2$ comme la figure 5 le fait comprendre, et l'on aboutit ainsi au cas du point anguleux pour $\beta = \pi/2$; la variation de la pente de l'approximation intérieure donnée par l'équation (8) correspond à cette évolution.

Quant à la qualité de cette approximation intérieure, les résultats d'études antérieures (*) (voir [7] et [2]) incitent à penser que la zone sous contrainte dans la solution statique de la fig. 7, serre d'assez près le volume minimal de matériau nécessaire pour supporter la charge correspondante et donc que l'approximation intérieure obtenue suit bien la frontière d'écoulement.

4. — RÉSULTATS ET COMMENTAIRES

La figure 8 représente pour des valeurs de β allant de 0° à 90°, par pas de 5°, les arcs connus de la frontière d'écoulement du système, ainsi que les arcs « d'approximations intérieures ». (Nous avons également rappelé les tangentes verticales aux points [N_0 , 0-].)

La figure 9 fournit une autre représentation de ces résultats, peut être plus utilisable pour le praticien, avec en abscisse la force normale et en ordonnée, $-e/a$:

$$-e/a = M/Na$$

Remarquons d'abord que, pour des applications pratiques qui concernent le terme de cohésion de la force portante d'une fondation lisse au voisinage d'un coin, la connaissance d'une approximation intérieure non triviale, c'est-à-dire non exagérément pessimiste, de la frontière d'écoulement est d'une grande utilité puisqu'elle va dans le sens de la sécurité.

L'examen des résultats amène les commentaires suivants :

1° On note que d'une façon générale, la capacité portante de la paroi est meilleure lorsque la force appliquée est excentrée du côté opposé au sommet du coin, que lorsqu'elle est excentrée du côté de ce sommet.

(*) A propos du poinçonnement symétrique d'un bloc plastique, on a montré que la largeur FF' du prolongement d'un champ de Prandtl par la méthode de Bishop est très voisine de la largeur minimale nécessaire pour que le bloc étudié puisse supporter la charge correspondante.

Ce résultat peut paraître intuitif, mais l'étude des mécanismes de déformation (méthode cinématique) utilisée jusqu'ici ne pouvait permettre de le confirmer.

2° Dans le cas de la force axiale ($e = 0$), l'écoulement plastique du matériau s'effectue vers la pente Ox . La paroi peut alors s'enfoncer verticalement sans rotation, ou avoir tout mouvement rigide dont le centre de rotation est situé sur AX , la rotation s'effectuant dans le sens direct (fig. 10).

3° Pour l'excentrement négatif (force excentrée du côté du sommet du coin), l'écoulement plastique s'effectue toujours vers la pente Ox . Le mouvement rigide de la paroi s'effectue dans le sens direct autour d'un centre instantané situé sur OA , et il y a décollement sous une partie de la paroi (fig. 11).

4° Si l'excentrement est positif (force excentrée du côté opposé au sommet du coin), on sait que :

Si $e \geq e_0$, l'écoulement du matériau se produit vers la surface libre horizontale AX . Le mouvement de la paroi s'effectue alors dans le sens rétrograde autour d'un centre de rotation situé sur OA , à droite de l'axe de symétrie de la paroi (même côté que la force appliquée), et il y a décollement sous la fondation à gauche de ce point (fig. 12).

Pour $e < e_0$, le mode d'écoulement n'est pas connu, mais il est vraisemblable qu'il existe un excentrement critique e_1 ($e_1 \leq e_0$) tel que pour $e < e_1$ l'écoulement se fasse vers la pente Ox , et pour $e > e_1$ il se fasse vers la surface libre horizontale AX . Les mouvements de la paroi s'effectuent dans le sens rétrograde autour de centres instantanés I dont l'abscisse est $X(I) < 2e_0$.

5° On doit rappeler que tout ce qui a été dit du point de vue cinématique concerne uniquement le cas de la paroi lisse.

On sait d'autre part (voir [10]) que cette hypothèse est essentielle pour pouvoir affirmer « l'unicité de la charge limite », c'est-à-dire que le système admet une courbe **frontière** d'écoulement, dès l'instant où des décollements sous la paroi sont possibles (*); **mais toute approximation intérieure obtenue pour la frontière d'écoulement dans le cas de la paroi lisse, va aussi dans le sens de la sécurité si la paroi est rugueuse**; d'où un intérêt supplémentaire des courbes des figures 8 et 9.

6° GIROUD et TRAN VO NHIEM [3] rapportent des expériences qui ont été effectuées sur des modèles réduits, dans le cas d'un matériau pulvérulent pesant à deux dimensions, de cohésion nulle; le montage était fait de façon à réaliser l'adhérence parfaite sous la paroi. On peut remarquer, malgré les profondes différences entre les problèmes traités, que suivant l'excentrement de la force divers types de mouvements de la paroi ont été mis en évidence, analogues à ceux trouvés ici.

(*) Et ceci que le frottement soit de Coulomb ou du type « à adhérence partielle » utilisé dans [7].

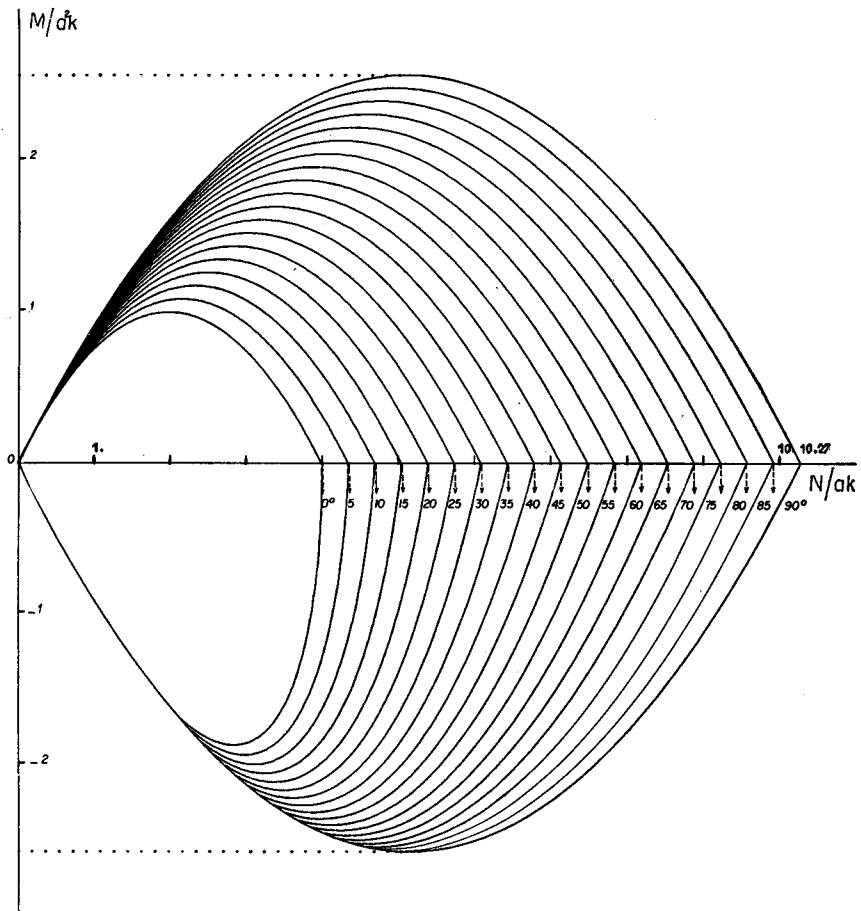


Fig. 8.

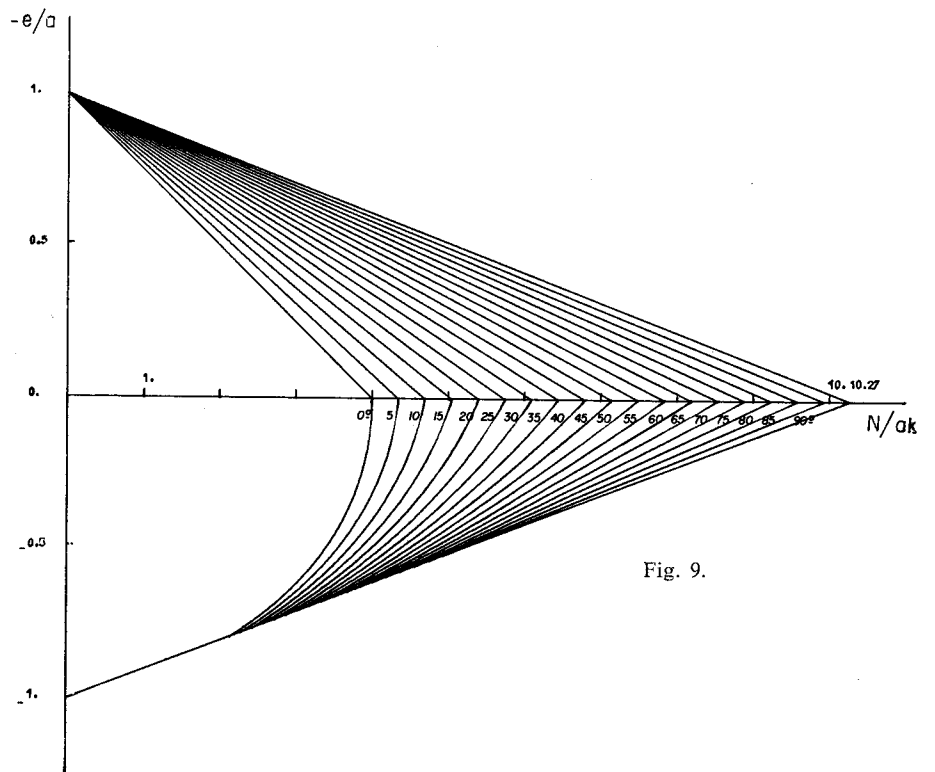


Fig. 9.

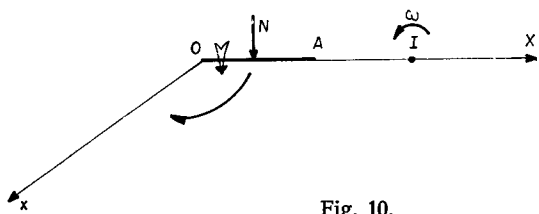


Fig. 10.

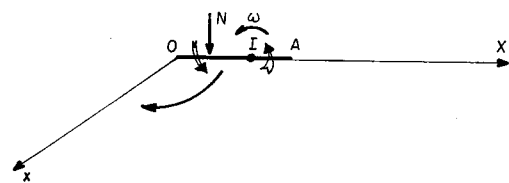


Fig. 11.

5. — AUTRES APPLICATIONS

La méthode statique utilisée au paragraphe 3.3, qui s'appuie sur le prolongement licite des champs de Prandtl par la méthode de Bishop, peut convenir pour traiter d'autres problèmes analogues.

Citons en particulier le calcul du terme de cohésion (ici pour $\varphi = 0$) dans la force portante d'une fondation au voisinage d'une pente [3], [6] pour lequel l'application est immédiate.

Le problème dépend de trois paramètres :

- D : distance de la fondation à la pente;
- β : angle de la pente avec la verticale;
- e : excentrement de la force appliquée à la fondation.

Appliquant le théorème cité au 5° du paragraphe 4 on ne considère que la fondation lisse.

Nous donnons ici les résultats concernant le cas de la force centrée ($e = 0$) (fig. 13); il n'y

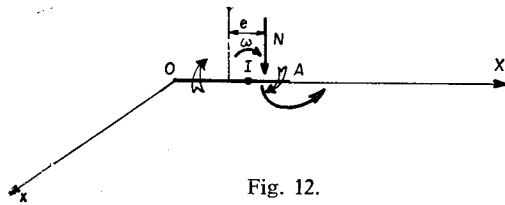


Fig. 12.

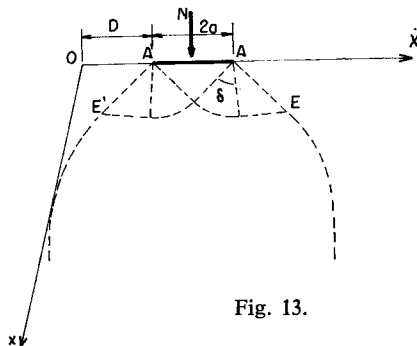


Fig. 13.

aurait évidemment aucune difficulté à traiter le cas d'une force excentrée. La figure 14 représente pour diverses valeurs de β , l'approximation par défaut de la capacité portante ainsi obtenue, en fonction de la distance de la fondation à la pente.

Afin de faciliter l'utilisation pratique de la méthode pour tout autre problème particulier, nous donnons à la figure 15 le tracé des surfaces libres des prolongements des champs de Prandtl par la méthode de Bishop pour des valeurs de l'ouverture de l'éventail (δ) variant, par pas de 5°, de 0° à 90°; les valeurs correspondantes de

$$N/2ak = 2(1 + \delta)$$

sont rappelées.

Signalons aussi que dans le cas d'une fondation chargée axialement, équidistante de deux pentes symétriques, les résultats obtenus au cours de précédentes études ([2] et [7]) conduisent à penser que la charge obtenue par application de cette méthode statique est certainement très voisine de la valeur exacte de la charge limite (valable quelle que soit la condition de frottement sous A'A).

En conclusion, l'utilisation des champs de contraintes licites obtenues en prolongeant les champs de Prandtl par la méthode de Bishop permet, pour les types de problèmes évoqués dans cet article, d'obtenir des approximations intéressantes dans le sens de la sécurité, des chargements limites.

Le problème n'a été traité que dans le cas du matériau de Tresca, et pour le terme de cohésion.

Il serait évidemment très utile d'étudier le même problème pour le terme de pesanteur de la force portante et dans le cas d'un matériau obéissant au critère de Coulomb. Bien que l'application de la théorie des charges limites soit dans ce dernier cas plus délicate [9], il est certain que la considération de champs de contraintes licites apporterait des résultats intéressants. Malheureusement, le prolongement des champs de Prandtl dans le cas du matériau de Coulomb, par une méthode analogue à celle de Bishop, n'a encore fait l'objet d'aucune étude.

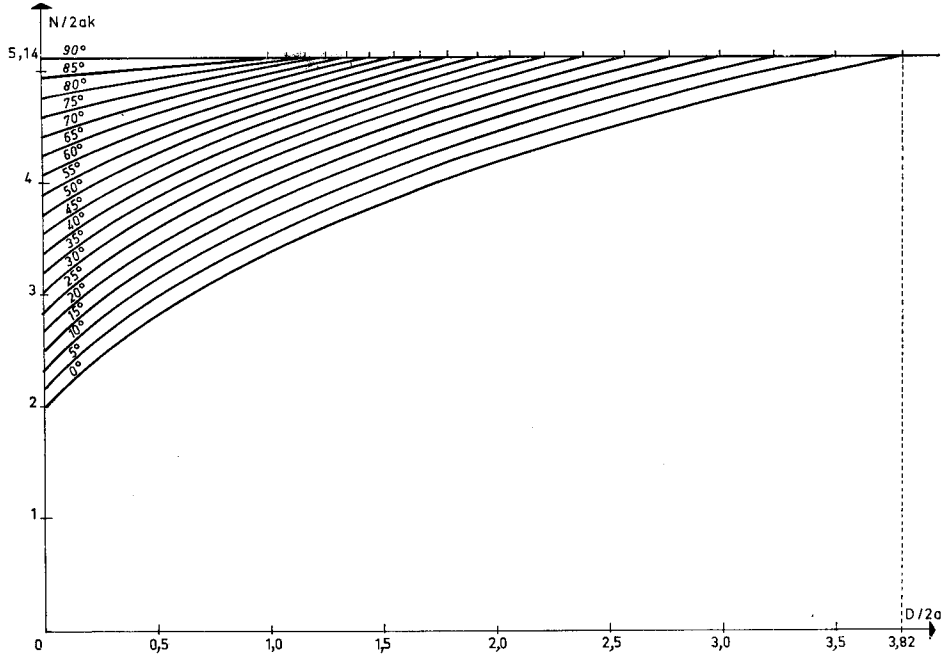


Fig. 14.

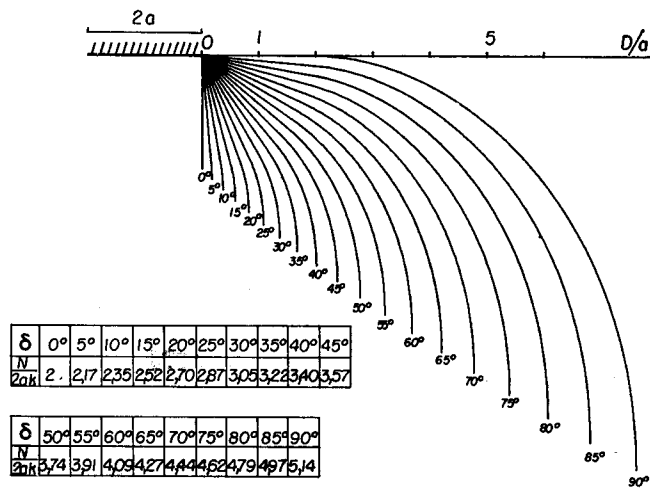


Fig. 15.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] J. F. W. BISHOP. On the complete solution to problems of deformation of a plastic rigid material. *J. Mech. Phys. Sol.*, vol. 2,1, pp. 43-53, 1953.
- [2] D.J.F. EWING et R. HILL. The plastic yielding of V - notched tension bars. *J. Mech Phys. Sol.*, 15, 2, p. 115, 1967.
- [3] J.-P. GIROUD et TRAN VO NHIEM. Force portante d'une fondation sur une pente. *Annales I.T.B.T.P.*, n° 283-284, juillet-août 1971, série T.M.C., n° 142, pp. 131-180.
- [4] J. MANDEL. Cours de mécanique des milieux continus. Tome II, ann. XX, Gauthier-Villars, Paris, 1966.
- [5] W. PRAGER. Problèmes de plasticité théorique. Dunod, Paris, 1958.
- [6] J. SALENÇON. Force portante d'une fondation au voisinage d'une pente. *Publ. Int. Laboratoire de Mécanique des Solides*, Ecole Polytechnique, 1969.
- [7] J. SALENÇON. La théorie des charges limites dans la résolution des problèmes de plasticité en déformation plane. Thèse doct. ès-Sc., Paris, 1969.
- [8] J. SALENÇON. Butée d'une paroi lisse sur un massif plastique : solutions statiques. *Journal de Mécanique*, vol. 11, n° 1, 1972, pp. 135-146.
- [9] J. SALENÇON. Théorie de la plasticité pour les applications à la mécanique des sols. Cours E.N.P.C., 1972.
- [10] J. SALENÇON. Ecoulement plastique libre et analyse limite pour les matériaux standards et non standards. *Annales I.T.B.T.P.*, n° 295-296, juillet-août 1972, série T.M.C., n° 152, pp. 90-100.