

PLASTICITÉ. — *Force portante d'une fondation de révolution sur un bicouche.* Note (*) de MM. JEAN SALENÇON, MICHEL CROC, GÉRARD MICHEL et ALAIN PECKER, présentée par M. Paul Germain.

Pour une fondation de révolution agissant sur une couche de sol qui repose sur une assise rigide, on calcule, en fonction de l'épaisseur de la couche, les coefficients de majoration sur les différents termes intervenant dans la formule de la force portante.

1. PRÉSENTATION. — On considère une fondation de révolution, de diamètre B agissant sur une couche de sol indéfinie en largeur, et d'épaisseur limitée h . La couche de sol repose sur une assise indéformable et l'on suppose que le frottement maximal est mobilisé à l'interface de contact, ainsi que sous la fondation. On se propose de calculer la force portante de cette fondation supposée chargée axialement.

Le problème est traité dans le cadre de la théorie des équilibres limites. Le sol obéit au critère de plasticité de Coulomb (cohésion C , angle de frottement interne φ). On fait l'hypothèse de Haar-Karman : σ_ω contrainte principale, est égale à l'une des deux contraintes principales dans le plan méridien [coordonnées cylindriques (r, ω, z)]; la détermination des contraintes dans les zones plastiques est alors un problème hyperbolique, analogue à celui de l'équilibre limite en déformation plane, et l'on peut utiliser la méthode des caractéristiques pour en calculer la solution ⁽¹⁾.

Avec les notations : $\sigma_1 \geq \sigma_2$, contraintes principales dans le plan $O rz$ (tractions > 0),

$$p = -\frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2}, \quad \theta = (O r, \sigma_1),$$

et $\varepsilon = \pm 1$:

$$\sigma_\omega = \sigma_1 \frac{1 - \varepsilon}{2} + \sigma_2 \frac{1 + \varepsilon}{2},$$

il y a deux familles de lignes caractéristiques α et β de pentes

$$(1) \quad \frac{dz}{dr} = \operatorname{tg}(\theta \mp \psi), \quad \text{avec } 2\psi = \frac{\pi}{2} + \varphi,$$

le long desquelles les relations suivantes ont lieu :

$$(2) \quad \begin{cases} dp + 2(p \operatorname{tg} \varphi + C) d\theta - \left\{ \rho g^\alpha - \frac{1}{r} (p \operatorname{tg} \varphi + C) [\sin(\theta - \psi) - \varepsilon \sin(\theta + \psi)] \right\} dx^\alpha = 0, \\ dp - 2(p \operatorname{tg} \varphi + C) d\theta - \left\{ \rho g^\beta + \frac{1}{r} (p \operatorname{tg} \varphi + C) [\sin(\theta + \psi) - \varepsilon \sin(\theta - \psi)] \right\} dx^\beta = 0, \end{cases}$$

$(dx^\alpha, dx^\beta, g^\alpha, g^\beta)$ coordonnées sur la base normée tangente aux lignes α et β (g : force de masse). Le problème étudié ici correspond à $\varepsilon = +1$.

Pour une fondation isolée agissant sur un sol homogène indéfini, on pose habituellement par application de la méthode de superposition (Terzaghi) :

$$(3) \quad P_{\max} = \frac{F}{B} = q N_q + CN_c + \frac{\gamma BN_\gamma}{2}$$

(q : surcharge; γ : poids spécifique du sol).

Appliquant la même méthode au problème présent, nous poserons

$$(4) \quad P_{\max} = q N'_q + CN'_c + \frac{\gamma BN'_\gamma}{2} = q F_q N_q + CF_c N_c + \frac{\gamma BF_\gamma N_\gamma}{2}$$

où les F désignent les facteurs de correction dus à la présence de l'assise rigide.

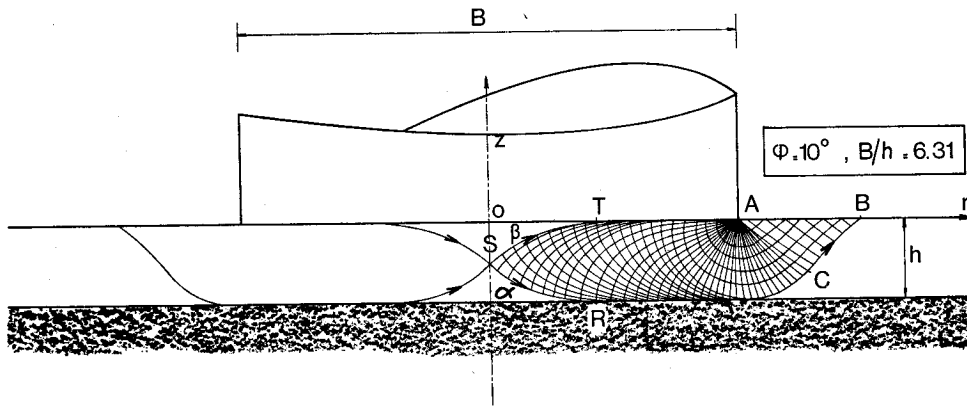


Fig 1.

2. CALCUL DE N'_c . — Pour le calcul de N'_c , dont on déduit N'_q par application du théorème des états correspondants ($N'_q = N'_c \operatorname{tg} \phi + 1$), on étudie la fondation agissant sur une couche de sol non pesant, sans surcharge, d'angle de frottement ϕ , et de cohésion C . Le raisonnement est analogue à celui fait dans ⁽²⁾, en déformation plane. On construit le schéma d'écoulement correspondant au cas de la fondation sur milieu infini homogène, d'où N_c . Ce schéma est valable pour le problème du bicouche jusqu'à ce que la zone plastique vienne tangenter l'interface de contact avec l'assise rigide (pour $h = h_0$). Ensuite ($h \leq h_0$), le schéma d'écoulement satisfaisant les conditions du problème est analogue à celui donné dans ⁽²⁾, et est représenté à la figure 1. Il comporte en A une singularité de Prandtl; la zone plastique est limitée par les deux caractéristiques α et β , SR et ST , bissectées par Oz en S (Oz devant par raison de symétrie, être direction principale pour les contraintes). Les contraintes sont calculées dans toute la zone plastique en suivant les caractéristiques à partir des conditions à la surface libre; l'intégration des contraintes le long de STA fournit la valeur de la force portante, d'où N'_c et F_c (fig. 2).

3. CALCUL DE N'_γ . — Pour ce calcul, on considère la fondation agissant sur une couche de sol pesant (γ), sans cohésion ni surcharge (angle de frottement $\varphi \neq 0$). Le schéma d'écoulement pour la fondation sur milieu indéfini homogène est analogue à celui de Lundgren et Mortensen ⁽³⁾ dans le cas plan. Il présente en A une singularité — point de discontinuité — dont on démontre qu'elle est identique à celle du cas plan, déterminée antérieurement [cf. ⁽²⁾, ⁽³⁾ par exemple], la construction se poursuit par intégration le long des caractéristiques. La solution est valable

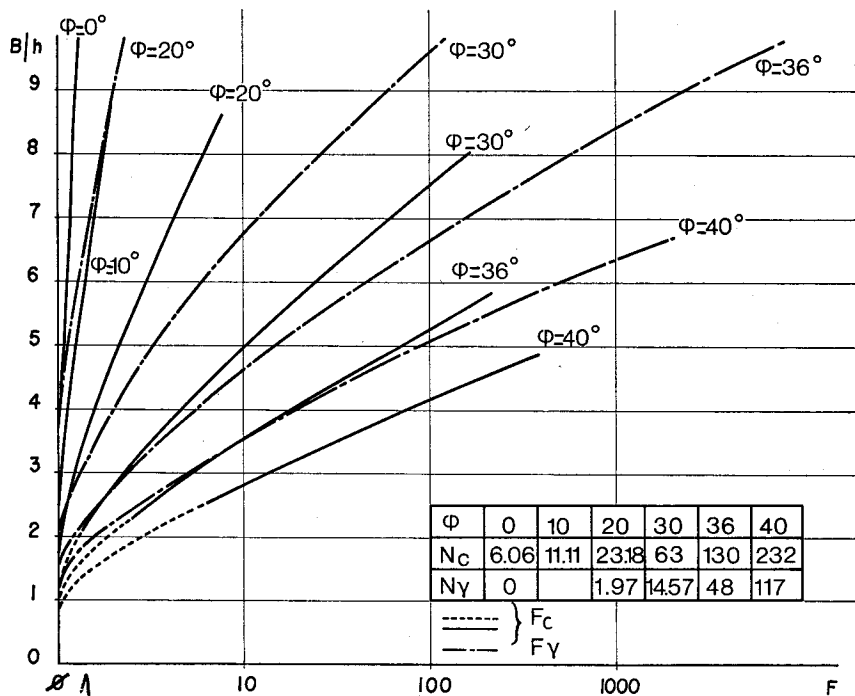


Fig. 2

jusqu'à ce que l'épaisseur de la zone plastique atteigne l'épaisseur de la couche de sol ($h \geq h_0$); le schéma d'écoulement pour $h \leq h_0$ est construit comme au paragraphe 2 à partir du schéma du cas homogène qui est prolongé en tenant compte des conditions à la limite à l'interface et sous la fondation; la limitation de la zone plastique est identique. Par intégration des contraintes sur STA, et en déduisant le poids du sol situé au-dessus, on obtient N'_γ et F'_γ (fig. 2).

4. COMMENTAIRES. — En ce qui concerne F_c : les calculs ont été menés pour $\varphi = 0, 10, 20, 30, 36$ et 40° . A partir de $\varphi = 30^\circ$, pour les grandes valeurs de h , et en particulier pour le sol homogène infini, on voit apparaître un chevauchement des caractéristiques : il serait nécessaire d'introduire une ligne de discontinuité dans le prolongement de AC. Les valeurs de N_c indiquées pour $\varphi = 30, 36$ et 40° ainsi que les arcs pointillés pour F_c ,

sont des estimations calculées en utilisant le schéma continu, malgré le recouvrement de caractéristiques; en tout état de cause, les valeurs de N'_c correspondant aux arcs en traits pleins des courbes ($\varphi = 30, 36$ et 40°) sont exactes. En ce qui concerne F_γ : les calculs ont été menés pour $\varphi = 20, 30, 36$ et 40° , pour lesquels on disposait de bonnes valeurs pour la solution de Lundgren et Mortensen. D'une manière générale, les résultats sont semblables à ceux obtenus dans le cas de la déformation plane ⁽²⁾. Il est à noter que les coefficients de majoration F_c et F_γ sont toujours inférieurs à ceux obtenus dans le cas de la semelle filante; ce fait s'explique si l'on remarque entre autre que l'influence de la zone rigide se traduit par une augmentation des contraintes d'autant plus sensible que l'on se rapproche de Oz, or la contribution des zones proches de l'axe est évidemment moindre pour la fondation de révolution que pour la semelle filante. Enfin, à la différence du problème plan, la présence des termes en $1/r$ dans les relations (2), nécessite que l'on reprenne entièrement les calculs pour chaque valeur de B. Les résultats détaillés correspondant à cette étude se trouvent dans ⁽⁴⁾.

Résumé d'un texte qui sera conservé 5 ans par les Archives de l'Académie et dont copie peut être obtenue de l'Académie.

(*) Séance du 9 mai 1973.

(1) Cf. B. G. BEREZANCEV, *Problème de l'équilibre limite d'un milieu pulvérulent en symétrie axiale*, Éd. Litt. tech. theor., Moscou, 1952.

(2) J. MANDEL et J. SALENÇON, *Géotechnique*, 22, n° 1, 1972, p. 79-93.

(3) H. LUNDGREN et K. MORTENSEN, *Proc. 3rd int. Conf. Soil Mech.*, Zurich, 1, 1953, p. 409.

(4) M. CROC, G. MICHEL et A. PECKER, Travail de fin d'études, École Nationale des Ponts et Chaussées, Paris, juin 1972.

*École Polytechnique,
Laboratoire de Mécanique des Solides,
17, rue Descartes,
75230 Paris-Cedex 05.*