

FORCE PORTANTE D'UNE FONDATION SUR SOL NON-HOMOGENE

BEARING CAPACITY OF A NON-HOMOGENEOUS SOIL

НЕСУЩАЯ СПОСОБНОСТЬ НЕОДНОРОДНОГО ГРУНТА

J. SALENÇON, Ing. Pts & Ch., Dr. ès-Sc.

M. BARBIER, M. BEAUBAT, Ing. Pts & Ch. Laboratoire de Mécanique des Solides—Ecole Polytechnique, Paris, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris (France)



Proceedings of the Eighth International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Moscow 1973.

Comptes rendus du Huitieme Congres International de Mecanique des Sols et des Travaux de Fondations, Moscou, 1973.

Труды восьмого международного конгресса по механике грунтов и фундаментостроению, Москва, 1973.

FORCE PORTANTE D'UNE FONDATION SUR SOL NON-HOMOGENE

BEARING CAPACITY OF A NON-HOMOGENEOUS SOIL
НЕСУЩАЯ СПОСОБНОСТЬ НЕОДНОРОДНОГО ГРУНТА

J. SALENÇON, Ing. Pts & Ch., Dr. ès-Sc.

M. BARBIER, M. BEAUBAT, Ing. Pts & Ch. Laboratoire de Mécanique des Solides - Ecole Polytechnique, Paris, Ecole Nationale des Ponts et
Chaussées, Paris (France)RESUME :

On étudie ici la force portante d'une fondation sur un sol dont la cohésion varie avec la profondeur, l'angle de frottement interne étant constant. Le problème est traité dans le cadre de la théorie des équilibres limites et les calculs numériques ont été effectués dans le cas où la cohésion croît linéairement avec la profondeur. Prenant comme référence la cohésion à la surface; et comme unité de longueur une longueur caractéristique de la non-homogénéité, on donne les valeurs du facteur de cohésion sur N_c . Les résultats obtenus montrent une croissance du terme de cohésion, d'allure approximativement linéaire en fonction de la largeur de la fondation, à partir de la valeur correspondant au cas homogène.

I - INTRODUCTION.

L'étude des problèmes d'équilibre limite pour les matériaux non-homogènes a fait l'objet des travaux de nombreux auteurs au cours des dernières années, et la bibliographie donnée ici ne prétend pas être exhaustive.

Des cas de non-homogénéité avec saut ont été examinés, en particulier par Rychlewski (1964, 1966) pour le matériau de Tresca; le problème du bicouche (couche de sol reposant sur une assise rigide), intéressant en Mécanique des Sols, a été étudié par Button (1953), Meyerhof et Chaplin (1953), pour le matériau de Tresca, Vyalov (1967), Mandel et Salençon (1969, 1972), pour le matériau de Coulomb.

Des cas où la non-homogénéité se manifeste par une variation continue de la cohésion avec la profondeur ont été traités pour le matériau de Tresca par Kuznetsov (1958) Favretti (1965), Ostrowska (1968), Salençon et al. (1972).

On étudie ici dans le cadre de la théorie des équilibres limites, la force portante d'une fondation sur un sol de Coulomb dont la cohésion C varie avec la profondeur, l'angle de frottement interne ϕ restant constant. La fondation est supposée chargée axialement.

Le problème est traité pour la semelle filante (déformation plane).

Bien que les équations générales et le procédé de calcul basé sur la méthode des caractéristiques soient applicables dans des cas de non-homogénéité plus complexes, on ne considère dans ce travail que le cas où la cohésion croît linéairement en fonction de la profondeur, qui est le plus courant dans la pratique.

2 - NOTATIONS ET GENERALITES.

Pour une fondation isolée reposant sur un sol homogène isotrope infini, on utilise habituellement la décomposition de Terzaghi, de la pression moyenne maximale en termes de surcharge, cohésion, et pesanteur :

$$p_{\max} = qN_q + CN_c + \gamma bN_\gamma \quad (1)$$

(b = demi-largeur de la fondation).

Dans le cas du matériau de cohésion variable, on peut conserver la même décomposition en prenant une valeur de référence, C_0 , pour la cohésion (par exemple la valeur à la surface)

$$p_{\max} = qN_q + C_0 N'_c + \gamma bN_\gamma \quad (2)$$

où les coefficients N_q et N_γ sont les mêmes que dans (1), puisqu'ils correspondent au sol sans cohésion.

On se propose de calculer le coefficient N'_c et le facteur de correction $F_c = N'_c/N_c$ dans le cas d'une cohésion croissant linéairement avec la profondeur.

On ne traitera ici que le cas de la fondation parfaitement rugueuse (*) qui est le plus courant dans la pratique pour les fondations rigides.

3 - CALCUL DU FACTEUR DE CORRECTION.

Dans le cas de la semelle filante, le problème est traité en déformation plane. Le calcul se fait au moyen de la théorie des équilibres, limites pour le matériau de Coulomb, non-pesant, à cohésion variable.

3.1 - Notations.

On désigne par σ_1 , σ_2 les contraintes principales (positives en traction), $\sigma_1 > \sigma_2$, et on pose : $p = -(\sigma_1 + \sigma_2)/2$, $\theta = (\sigma_1 - \sigma_2)$.

(*) Le frottement sous la fondation est tel que le glissement se produit dans une mince couche de sol adhérente à la fondation.

On sait que dans les zones en équilibre limite, le problème est hyperbolique; les caractéristiques ont pour pente :

$$dz/dx = \operatorname{tg}(\theta + (\pi/4 + \phi/2)),$$

$$\text{lignes } (\alpha, \beta) \quad (3)$$

et les relations le long des caractéristiques sont :

$$dp + 2(\operatorname{tg}\phi + C) d\theta - \cos\phi \frac{\partial C}{\partial x} dx^\alpha = 0 \quad (\alpha) \quad (4)$$

$$dp - 2(\operatorname{tg}\phi + C) d\theta - \cos\phi \frac{\partial C}{\partial x} dx^\beta = 0 \quad (\beta) \quad (5)$$

(les composantes étant relatives à la base normée tangente en chaque point aux lignes α et β).

3.2 - Cohésion à croissance linéaire avec la profondeur.

On étudie le cas où la cohésion est de la forme :

$$C = C_0(1-z/a) \quad (6)$$

l'axe Oz est dirigé suivant la verticale ascendante et la longueur a, qui caractérise la non-homogénéité, est la profondeur à laquelle la cohésion atteint le double de sa valeur en surface, C_0 .

Il est aisé de construire le champ de contraintes par la méthode des caractéristiques à partir des conditions aux limites. Le réseau d'écoulement comporte :

- une zone (ACB) où les caractéristiques sont rectilignes :

$$\theta = \pi/2$$

$$p = C_0(1-z/a)\cos\phi/(1-\sin\phi)$$

- un éventail de sommet A, (ADC) qui se poursuit par le champ (ADST) où les caractéristiques β sont tangentes à Ox le long de AT.

Comme cela est classique pour les problèmes plans, pour une valeur de ϕ donnée, on procède d'abord à la construction du réseau indéfini (figure 1), que l'on limite ensuite pour chaque valeur de la largeur $B = 2b$ de la fondation, par les caractéristiques α et β qui se coupent sur l'axe $\omega\omega'$ de la fondation en un point S où $\theta = 0$. (figure 2)

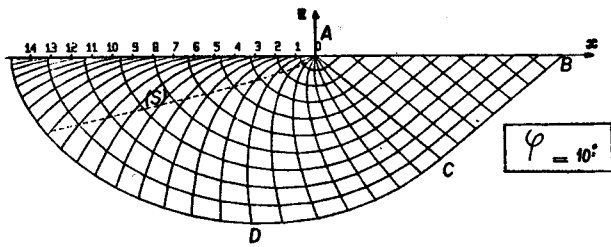


Figure 1.

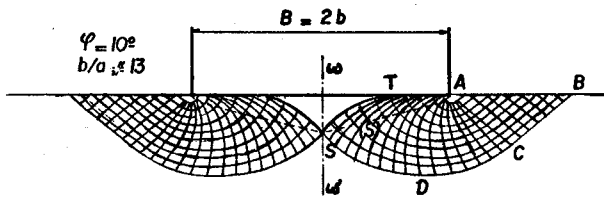


Figure 2.

Désignant par (S) la courbe lieu des points S où $\theta = 0$ sur le réseau indéfini on voit que l'on a :

$$N'_c = \frac{1}{b} \int_S^A -(\sigma_2/C_0) dx \quad (7).$$

le long de (S).

D'où les courbes des figures 3 donnant $F_c = N'_c/N_c$ en fonction de b/a .

φ	0°	10°	20°	30°	36°	40°
$(\frac{dF_c}{db/a})_0$	0,78	0,98	1,28	1,75	2,18	2,59

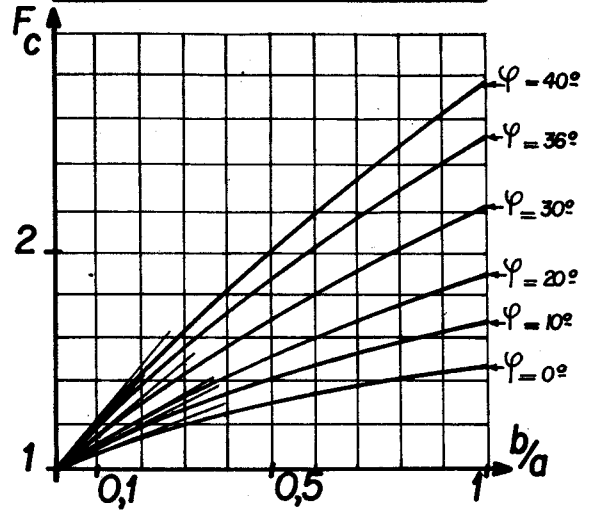
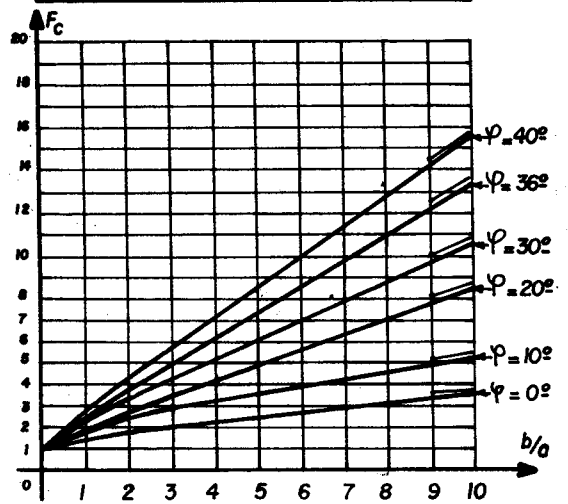


Figure 3a

φ	0°	10°	20°	30°	36°	40°
$(\frac{dF_c}{db/a})_0$	0,097	0,289	0,52	0,84	1,12	1,35



φ	0°	10°	20°	30°	36°	40°
N_c	5.14	8.34	14.83	30.14	50.59	75.31

Figure 3b

Pour $b/a = 0$, on retrouve le cas du matériau homogène et $F_c = 1$.

Les pentes des courbes au voisinage de $b/a=0$ s'obtiennent par intégration de (4) le long d'une caractéristique α au voisinage de A, le réseau étant assimilé à celui de Prandtl; il vient :

$$\frac{dF_c}{d(b/a)} = \frac{2}{N_c} \cdot \frac{1 + \sin \phi}{1 + 8 \sin^2 \phi} \times (1 - 2 \sin \phi + (1 + 2 \sin \phi) \operatorname{tg}(\frac{\pi + \phi}{4}) \exp(\frac{3\pi}{2} \operatorname{tg} \phi)) \quad (8)$$

où N_c a la valeur classique:

$$N_c = (\operatorname{tg}^2(\pi/4 + \phi/2) \exp(\pi \operatorname{tg} \phi) - 1) / \operatorname{tg} \phi \quad (9)$$

Ces tangentes sont tracées sur la ligne 3a où sont également indiquées les valeurs des pentes correspondantes.

On constate sur les figures que F_c croît avec b/a , d'autant plus vite que ϕ est plus grand. Les courbes sont situées au-dessous de leur tangente à l'origine et s'en détachent rapidement, la croissance prenant vite une allure linéaire (d'autant plus vite que ϕ est plus grand); le comportement asymptotique sera étudié au §3.3.

D'autre part, l'examen des réseaux d'écoulement (fig. 1 et 2), montre que pour une même largeur de la fondation, (et pour une même valeur de ϕ), la zone plastique s'enfonce moins dans le sol et la largeur de la zone soulevée est moindre que dans le cas du matériau homogène; ce résultat se comprend aisément puisque la cohésion croît avec la profondeur.

3.3 - Comportement asymptotique $C = -C_0 z/a$.

Le comportement asymptotique pour $b/a \rightarrow \infty$ est obtenu en étudiant le terme de cohésion dans la force portante pour le cas où la cohésion a la forme :

$$C = -C_0 \cdot z/a \quad (10)$$

La solution de ce problème s'obtient à partir du calcul classique de la force portante en milieu pesant.

En effet, soit $\underline{\sigma}$ le champ de contrainte solution pour un matériau de Coulomb non pesant et de cohésion donnée par (10) il vérifie :

$$(\text{équilibre}) \quad \operatorname{div} \underline{\sigma} = 0 \quad (11)$$

$$(\text{critère}) \quad |\theta| \leq -C_0(z/a) - \sigma \operatorname{tg} \phi \quad (12)$$

considérant alors le champ $\underline{\sigma}'$ défini par

$$\underline{\sigma}' = \underline{\sigma} + C_0 z / (\operatorname{atg} \phi) \underline{I} \quad (13)$$

(où \underline{I} désigne le tenseur unité)

il vérifie :

$$\operatorname{div} \underline{\sigma}' - \operatorname{grad}(C_0 z / (\operatorname{atg} \phi)) = 0 \quad (14)$$

$$|\tau'| \leq -\sigma' \operatorname{tg} \phi \quad (15)$$

De plus, $\underline{\sigma}$ et $\underline{\sigma}'$ sont identiques pour $z = 0$ et satisfont donc les mêmes conditions aux limites.

Il s'ensuit que $\underline{\sigma}'$ est le champ de contraintes solution du problème de force portante pour le matériau de Coulomb sans cohésion, d'angle de frottement interne ϕ , pesant avec $\gamma = C_0 / \operatorname{atg} \phi$ constant.

On en déduit donc qu'il y a identité entre le terme de cohésion dans le cas d'une cohésion de forme (10), et le terme de pesanteur dans la forme portante sur un sol de même angle de frottement interne et de poids spécifique :

$$\gamma = C_0 / \operatorname{atg} \phi .$$

d'où :

$$N'_c = (N_\gamma / \operatorname{tg} \phi) \cdot (b/a) \quad (16)$$

$$F_c = N_\gamma / N_c \operatorname{tg} \phi \quad (17)$$

Pour $\phi \neq 0$, (17) est indéterminée car $N_c = 0$. L'étude précise du coefficient N_γ au voisinage de $\phi = 0$, montre que :

$$N_\gamma \approx \phi / 2 \quad \text{pour } \phi \rightarrow 0 \quad (18)$$

d'où pour (17) l'expression limite pour $\phi = 0$:

$$1/2(\pi + 2) , \quad (19)$$

On obtiendra de même les valeurs asymptotiques des rapports de réduction sur l'épaisseur de la zone plastique (ou la largeur de la zone soulevée); ainsi pour $20^\circ < \phi < 40^\circ$, on trouve que cette valeur varie très peu autour de 50%. (Les courbes représentatives de ces divers rapports en fonction de b/a ont été données dans Barbier et Beaubat, 1971).

4 - CONCLUSION.

Les résultats présentés permettent d'évaluer la force portante d'une fondation rigide dans le cas relativement fréquent où l'on a affaire à un sol de cohésion croissant avec la profondeur au voisinage de la surface, c'est-à-dire dans la zone intéressée par les déformations plastiques.

On voit que l'effet de la non-homogénéité n'est pas négligeable dans les cas usuels bien que le coefficient F_c n'atteigne pas des valeurs très élevées comme pour le problème du bicouche.

Il est important de remarquer que dans la gamme des valeurs pratiques, même pour les faibles valeurs de b/a , l'utilisation de la tangente initiale, qui se détermine analytiquement, comme approximation linéaire de F_c , se révélerait dangereuse. Les résultats de la figure 3a montrent que pour $0,1 \leq b/a \leq 1$, les courbes pourraient être correctement approchées par une droite dont la pente serait la moyenne des pentes à l'origine (8) et à l'infini (17); au-delà, une linéarisation de pente (17) conviendrait parfaitement.

Le facteur F_c dont les valeurs sont données représente la correction à effectuer sur la cohésion de surface; ($F_c - 1$) est, en unité a , la profondeur à laquelle le sol présente la cohésion moyenne intervenant dans la formule.

En ce qui concerne la validité des solutions présentées : la discussion de ce point que nous ne présenterons pas ici devrait s'appuyer sur la théorie des charges limites pour le matériau non standard (Radenkovic, 1961, 1962), et fournirait en particulier des précisions sur l'allure possible de la cohésion au-dessous de la zone déformée.

B I B L I O G R A P H I E

BARBIER M. et BEAUBAT M. (1971), "Poinçonnement d'un milieu semi-infini en matériau plastique de Coulomb non-homogène", travail de fin d'études, E.N.P.C., Paris.

BUTTON S.J. (1953), "The bearing capacity of footing on a two-layer cohesive subsoil" Proc. 3rd Int. Conf. Soil Mech., Zurich, Vol. 1, p. 356.

KUZNETZOV A.R. (1958) - "The problem of torsion and plane strain of non-homogeneous plastic bodies", Arch. Mech. Stos. Vol.10, n°4, pp. 447-462.

LIVNEH M. (1965) - "The theoretical bearing capacity of soils on a rock foundation", Proc. 6th Int. Conf. Soil Mech., Montréal Vol. 2, p. 122.

MANDEL J. & SALENÇON J. (1969), "Force portante d'un sol sur une assise rigide", Proc. 7th Int. Conf. Soil. Mech., Mexico, Vol. 2, p. 157-164.

MANDEL J. & SALENÇON J. (1972) - "Force portante d'un sol sur une assise rigide (étude théorique)", Géotechnique, Vol.22, n°1, p. 79-93.

MEYERHOF G.G. & CHAPLIN T.K. (1953), "The compression and bearing capacity of cohesive layers", Br. Jnl., Appl., Phys., Vol.4, 70.

OSTROWSKA J. (1968), "Initial plastic flow of a semi-space with a strong layer non homogeneity", Arch. Mech. Stos., Vol.20, n°6, pp.651-668.

RADENKOVIC D. (1961), "Théorèmes limites pour un matériau de Coulomb à dilatation non standardisée.", C.R., Ac. Sc., Paris 252, p. 4103-4104.

RADENKOVIC D. (1962). "Théorie des charges limites". Séminaire de Plasticité, éd. J. MANDEL, P.S.T. n° 116, p. 129-142.

RYCHLEWSKI J. (1964), "The plane plastic strain problem of a wedge with jump non homogeneity. Jnl. Mécanique; Vol.3, n°4. pp. 463-497.

RYCHLEWSKI J. (1966), "Plane plastic strain for jump non homogeneity.", Int. Jnl. Non lin. Mech., Vol.1, n°1, pp. 57-78.

SALENÇON J., BERTHET D., HAYOT J. (1972), "Poinçonnement d'un milieu semi-infini en matériau plastique de Tresca non-homogène. Arch. Mech. Stos., Vol. 24, N°1, 1972, pp. 127-138.

VYALOV S.S. (1967), Bearing Capacity of a weak soil layer with underlying rigid base. Proc. 3rd Asian Conf. Soil Mech., Haïfa, Vol. 1, p. 245.