

CHARGE LIMITE
D'UN SYSTÈME NON-STANDARD
UN CONTRE-EXEMPLE
POUR LA THÉORIE CLASSIQUE ⁽¹⁾

*(Limit load of a non-standard system
A counter-example to classical theory)*

*(Traglast eines nicht-standard Systems
Ein Gegenbeispiel zur klassischen Theorie)*

par

J. SALENÇON ⁽²⁾

Nous donnons ici quelques indications sur un exemple illustrant les difficultés qui peuvent apparaître lorsque l'on a affaire à des systèmes non-standard. Nous renvoyons à (SALENÇON, 1972) pour un exposé plus détaillé.

Considérons le problème de la force portante d'une semelle filante peu profonde (largeur $2a$, profondeur h). Le sol est un matériau de Tresca standard de cission limite k . Le contact entre sol et fondation est supposé se faire avec frottement de Coulomb classique, de coefficient $\operatorname{tg} \varphi > 0,39$. On sait que la loi de comportement d'un tel interface n'est pas standard. Nous nous intéressons au calcul du terme de cohésion dans la formule de la force portante (le matériau sera donc supposé non-pesant).

⁽¹⁾ Contribution présentée au séminaire « Plasticité et viscoplasticité, 1972 », thème 6.

⁽²⁾ Laboratoire de Mécanique des Solides, École polytechnique.

La moitié droite de la figure 1 montre comment obtenir un champ de contrainte statiquement et plastiquement admissible : la construction est assez classique, le prolongement du champ de contrainte jusqu'à l'infini étant obtenu par la méthode de Shield.

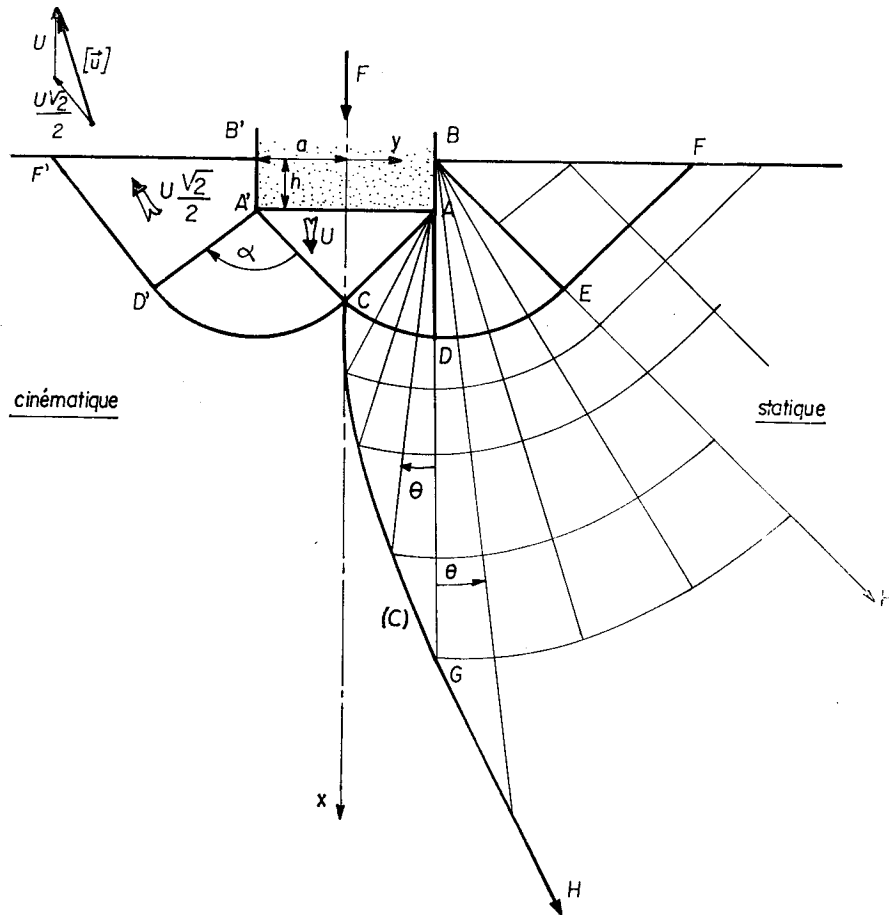


FIG. 1.

La valeur de la force portante ainsi obtenue est :

$$F_s(h/a) = 2 ak (\pi + 2 + h/a)$$

Sur la moitié gauche de la figure 1 est représentée une classe de mécanismes de ruine dépendant du paramètre α .

Pour une valeur donnée de α , il est aisé de calculer la puissance des forces résistantes dans un tel mode de déformation : le matériau constitutif étant standard, la puissance dissipée a une expression univoque dans la zone défor-

mée et le long des lignes de discontinuité A'C et CD'F; la dissipation au contact de la fondation est nulle puisqu'il y a séparation le long de A'B', et pas de glissement sous A'A.

Appliquant la méthode cinématique classique, on égale cette puissance à la puissance de la force extérieure appliquée, d'où l'expression suivante pour la force portante :

$$F_c(h/a, \alpha) = 2 a k \left(1 + 2 \alpha + \operatorname{tg} (3 \pi/4 - \alpha) + \frac{h \sqrt{2}}{a} \frac{1}{8 \cos (3 \pi/4 - \alpha)} \right)$$

dont on cherche le *minimum* en α , que nous désignons par : $F_c(h/a, \alpha_0)$.

La figure 2 représente $F_s(h/a)$ et $F_c(h/a, \alpha_0)$ en fonction de h/a .

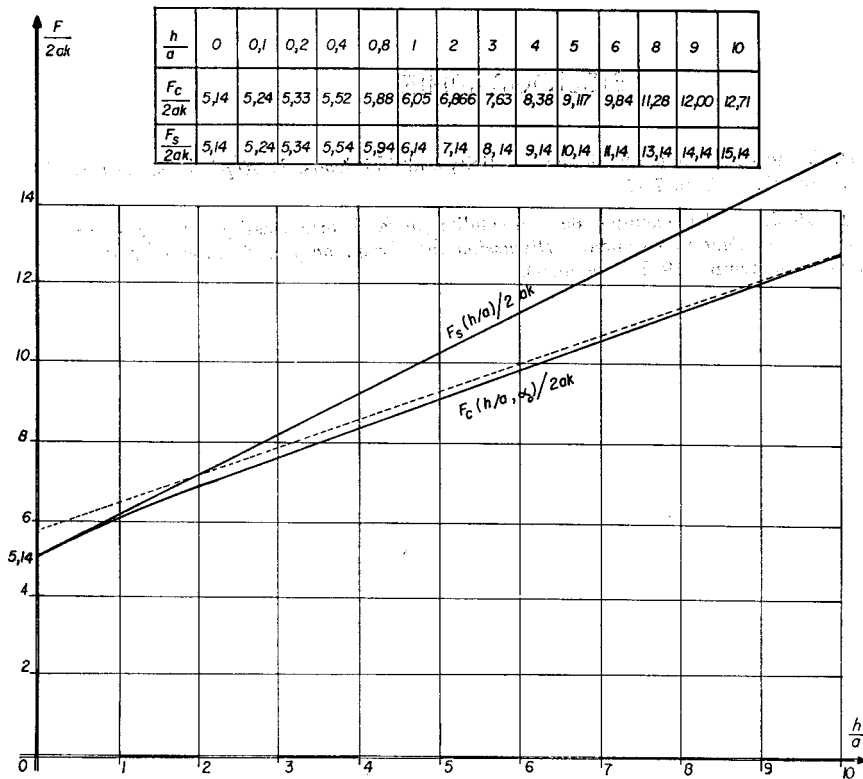


FIG. 2.

On voit que la valeur obtenue par la méthode statique est *supérieure* à celle obtenue par la méthode cinématique. Les résultats de la théorie classique des charges limites sont donc en défaut. Il n'y a pas là contradiction; la théorie classique n'est pas applicable car le système n'est pas standard.

Ainsi il apparaît que pour ce problème, les deux méthodes de l'analyse limite peuvent être appliquées, sans paraître à aucun moment présenter de difficultés, mais l'interprétation des résultats ainsi obtenus ne peut être donnée en utilisant les théorèmes classiques qui ne sont plus valables.

Cet exemple n'est pas le premier du genre (cf. DRUCKER, 1954) mais il nous paraît présenter l'avantage de ne pas être pathologique : c'est le genre de problème que tout ingénieur est tenté de traiter en utilisant la théorie des charges limites.

Il reste que l'on pourrait finalement poser la question : dans ce cas quelle méthode doit-on raisonnablement adopter pour évaluer la force portante?

BIBLIOGRAPHIE

- DRUCKER D. C. (1954). — Coulomb friction, plasticity and limit loads, *Jl. Appl. Mech. Trans. A.S.M.E.*, vol. 21, n° 1, p. 71-74.
- SALENÇON J. (1972). — Un exemple de non-validité de la théorie classique des charges limites pour un système non standard. *Discussion Int. Symp. on foundations of Plasticity*, Varsovie, septembre 1972 (à paraître).