
BY PERMISSION OF THE COUNCIL
EXCERPT FROM *GÉOTECHNIQUE*, MARCH 1972

FORCE PORTANTE D'UN SOL SUR UNE
ASSISE RIGIDE (ÉTUDE THÉORIQUE)

by
J. MANDEL et J. SALENÇON

PUBLISHED BY
THE INSTITUTION OF CIVIL ENGINEERS
GREAT GEORGE STREET · LONDON, S.W.1
1972

The right of publication and of translation is reserved

*The Institution of Civil Engineers as a body is not responsible either for the statements made
or for the opinions expressed in the following pages*

Force portante d'un sol sur une assise rigide (étude théorique)

J. MANDEL* et J. SALENÇON*

Le problème étudié est celui de la force portante d'une semelle filante agissant sur une couche de sol d'épaisseur limitée, reposant elle-même sur une assise rigide. On complète les résultats donnés sur ce sujet dans une publication antérieure (Mandel et Salençon, 1969a).

Le sol est supposé obéir au critère de Coulomb avec cohésion.

On donne en fonction de l'épaisseur de la couche, les facteurs de majoration des différents termes intervenant dans la formule de la force portante, pour $0^\circ \leq \phi \leq 40^\circ$, ainsi que certaines distributions de contraintes sous la fondation dans l'hypothèse où le contact entre sol et assise rigide se fait avec frottement. Le cas où ce contact se fait sans frottement est aussi abordé. Des résultats complémentaires susceptibles d'intéresser les chercheurs ayant à résoudre des problèmes analogues sont également fournis.

The Paper is concerned with the calculation of the bearing capacity of a soft ground layer on a rigid base through the theory of limit equilibrium. Plane strain is considered for a material obeying Coulomb's yield criterion and results are obtained for $0^\circ \leq \phi \leq 40^\circ$.

It has been found that the behaviour of the bearing capacity as a function of the ratio B/h (width of the foundation/thickness of the layer) depends on the friction condition between the layer and its base. When a perfectly rough contact is assumed the bearing capacity, starting from the classical value, increases steadily with B/h . In the case of the perfectly smooth contact, as B/h increases the bearing capacity decreases from the classical value, reaches a minimum and then in dealing with wide foundations it increases, becoming greater than the classical value.

NOTATIONS

Les notations sont les mêmes que dans Mandel et Salençon (1969a); nous les rappelons:

$$p_{\max} = \frac{F}{B} = qN_q + CN_c + \frac{1}{2}\gamma BN_\gamma \quad (1)$$

représente la formule classique (Terzaghi) pour la force portante d'une fondation isolée, chargée axialement, sur un sol homogène.

p_{\max} pression moyenne maximale
 F force axiale
 B largeur de la fondation
 q surcharge

γ poids volumique du sol
 C cohésion du sol
 ϕ angle de frottement interne du sol

Pour le problème étudié, on désigne par N'_q, N'_c, N'_γ les coefficients intervenant dans l'expression de p_{\max} et on pose:

$F_c = N'_c/N_c, F_q = N'_q/N_q, F_\gamma = N'_\gamma/N_\gamma$: facteurs de correction.

h épaisseur de la couche de sol.

On ne considère que le cas de la fondation rugueuse.

GENERALITES

Comme pour tous les calculs usuels de force portante on utilise la théorie des équilibres limites. On est ici dans l'hypothèse de la déformation plane.

Ainsi qu'on l'a signalé dans Mandel et Salençon (1969a) le problème a été abordé par

* Laboratoire de Mécanique des Solides de l'Ecole Polytechnique, Paris.

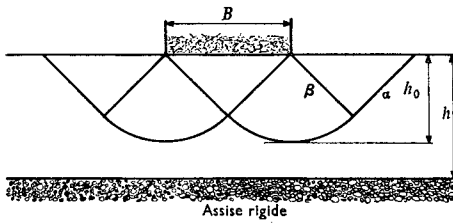


Fig. 1. Schéma de Prandtl ($\phi=0$)

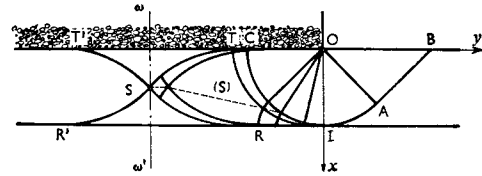


Fig. 2. Schéma d'écoulement (interface rugueux, $\phi=0$)

Livneh (1965) et Vyalov (1967) sans que les solutions proposées puissent être considérées comme satisfaisantes.

Les solutions de ces auteurs ont été inspirées par le travail de Hill (1950) pour le poinçonnement d'un bloc. Ainsi Livneh (1965), se plaçant classiquement dans le cadre de la théorie des équilibres limites, suppose que la couche de sol se scinde en deux blocs qui s'écartent en glissant sur l'assise rigide de part et d'autre d'une zone plastique située sous la fondation. En fait un tel mécanisme de déformation ne peut pas être pris en considération car il suppose que l'expansion latérale de la couche de sol est libre ce qui n'est le cas que pour une couche de largeur limitée (coupée par exemple par deux tranchées de part et d'autre de la fondation).

Vyalov (1967) utilisant le même principe de l'expansion d'une zone plastique sous la fondation qui permettrait l'enfoncement de celle-ci, fait intervenir la compressibilité (augmentation de densité) du sol, pour rendre possible cette expansion. On sort donc du cadre de la théorie des équilibres limites: il s'agit d'une sorte de calcul élasto-plastique; la signification des résultats d'un tel calcul par rapport à la force portante serait à examiner et ceci aussi bien pour les problèmes classiques (cf. Radenkovic et Salençon, 1971), mais le problème de l'équilibre limite n'est pas résolu.

CALCUL DE N'_q ET N'_c .

On sait que N'_q et N'_c sont liés par la formule:

$$N'_q = N'_c \operatorname{tg} \phi + 1 \quad \dots \dots \dots (2)$$

Il suffit donc de déterminer N'_c , terme de portance due à la cohésion dans un milieu non pesant.

Interface rugueux

On traite le cas du frottement maximal à l'interface entre la couche de sol et l'assise rigide. On sait que pour la détermination de N_c (milieu homogène infini), le schéma d'écoulement est celui de Prandtl, représenté à la Fig. 1 (dans le cas $\phi=0$), qui conduit à la valeur:

$$N_c = e^{\pi \operatorname{tg} \phi} \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} \right) \quad \dots \dots \dots (3)$$

Dans le cas d'une couche de sol d'épaisseur h , reposant avec frottement maximal sur une assise rigide: ce schéma d'écoulement reste valable tant que h est supérieure à h_0 , épaisseur de la zone plastique dans cette solution; on a ainsi:

si $B/h \leq B/h_0$,

$$N'_c = N_c = \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} \right) \exp(\pi \operatorname{tg} \phi), \quad F_c = 1.$$

Lorsque l'épaisseur de la couche du sol est inférieure à h_0 , la solution de Prandtl n'est plus valable: l'influence de l'assise rigide se fait alors sentir; le schéma d'écoulement est alors celui

représenté à la Fig. 2 dans le cas $\phi = 0$ (proposé par Meyerhof et Chaplin, 1953 et par Johnson et Kudo, 1960), que l'on généralise immédiatement pour le matériau de Coulomb.

Le mécanisme de déformation est le suivant: SRR' triangle rigide reste immobile; STT' triangle rigide s'enfonce à la vitesse de la fondation; STOBAIRS la zone déformée plastiquement.

Il y a glissement sous la fondation le long de T_0 et à l'interface de long de RI. On en déduit par intégration numérique les valeurs de N'_c et de F_c qui se raccordent à $N'_c = N_c$ et $F_c = 1$ pour $h = h_0$. Les Tableaux 1 et 2, les Figs 3 et 4 représentent ces résultats pour N'_c , F_c , N'_q et F_q , pour $\phi = 0, 10, 20, 36$ et 40° .

Précisions complémentaires

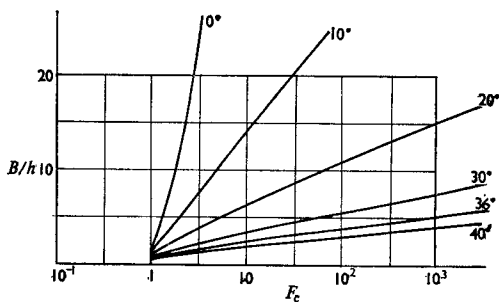
Le raisonnement qui permet d'affirmer que l'interférence entre fondation et assise rigide n'apparaît que pour $h \leq h_0$, est moins simple qu'il peut sembler ci-dessus et mérite peut-être quelques explications.

Les Auteurs se placent dans le cas du matériau de Tresca ($\phi = 0$) afin de disposer en toute rigueur des méthodes de l'analyse limite. En effet il est en général admis que pour les argiles saturées non drainées ($\phi = 0$) la loi de comportement obéit à la règle du potentiel plastique; c'est ce qu'ont montré entre autres les expériences de Habib (1953), et du Group de Mécanique des Sols de Cambridge (Roscoe, 1970). Ce point est contesté par certains auteurs (Brown et Meyerhof, 1969).

On peut présenter les choses de la manière suivante: le mécanisme d'écoulement de la Fig. 1 est effectivement possible tant que la couche de sol a une épaisseur supérieure à $h_0 = \sqrt{2}B/2$. Il s'agit là d'une application de méthode cinématique et le résultat obtenu n'est donc qu'un majorant de la force portante.

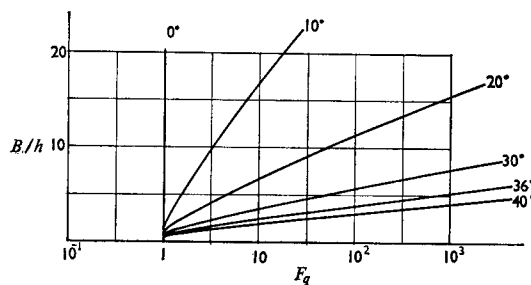
Pour obtenir un résultat plus précis, il faut aussi appliquer la méthode statique. On a démontré (cf. Salençon, 1969) que, dans le cas où le contact entre sol et assise rigide se fait avec frottement maximal, il est possible de prolonger le champ de contraintes de la solution de Prandtl dans toute la couche de sol sans violer le critère de plasticité et en respectant les conditions aux limites (en particulier: compression sur l'interface $\forall h \geq h_0$). Cela prouve que le résultat obtenu est la valeur exacte et donc que: si $h \geq h_0$, il n'y a pas d'interférence entre fondation et assise rigide si le contact a lieu avec frottement maximal.

Si $h \leq h_0$, et si l'interface est rugueux le mécanisme d'écoulement de la Fig. 2 fournit un majorant de la force portante et on démontre (cf. Salençon, 1969) que le champ de contraintes correspondant peut être prolongé dans toute la couche de sol. Cela prouve que la valeur de



ϕ	0°	10°	20°	30°	36°	40°
N_c	5.14	8.34	14.83	30.14	50.59	75.31

Fig. 3. Valeurs de F_c en fonction de ϕ (interface rugueux, fondation rugueuse)



ϕ	10°	20°	30°	36°	40°
N_q	2.47	6.40	18.40	37.75	64.20

Fig. 4. Valeurs de F_q en fonction de ϕ (interface rugueux, fondation rugueuse)

Tableau 1. Valeurs de F_0 (interface rugueuse)

N_c	B/h ϕ	1	2	3	4	5	6	8	10	15	20	30
75-30	40° $B/h \leq 0.42$ $F_0=1$	1.73	11.10	82.20	721.00	6396.00	6.23.10 ⁴	6.05.10 ⁵	6.26.10 ⁶			
50-60	36° $B/h \leq 0.50$ $F_0=1$	1.37	5.25	23.40	115.00	604.00	3293	1.11.10 ⁵	3.78.10 ⁶			
30-10	30° $B/h \leq 0.63$ $F_0=1$	1.13	2.50	6.36	17.4	50.20	150.00	1444.00	1.48.10 ⁶	5.81.10 ⁶		
14-80	20° $B/h \leq 0.86$ $F_0=1$	1.01	1.39	2.12	3.29	5.17	8.29	22.00	61.50	905.00	1.50.10 ⁴	
8-34	10° $B/h \leq 1.12$ $F_0=1$		1.11	1.35	1.62	1.95	2.33	3.34	4.77	11.70	29.40	
5-14	0° $B/h \leq 1.414$ $F_0=1$		1.02	1.11	1.21	1.30	1.40	1.59	1.78	2.27	2.75	3.72

Tableau 2. Valeurs de F_q (interface rugueuse)

N_q	B/h ϕ	1	2	3	4	5	6	8	10	15	20	30
64-20	40° $B/h \leq 0.42$ $F_q=1$	1.72	10.90	80.90	710.00	6296.00	6.13.10 ⁴	5.95.10 ⁵	6.16.10 ⁶			
37-70	36° $B/h \leq 0.50$ $F_q=1$	1.36	5.14	22.80	112.00	588.00	3206.00	1.08.10 ⁵	3.68.10 ⁶			
18-40	30° $B/h \leq 0.63$ $F_q=1$	1.12	2.42	6.07	16.5	47.50	142.00	1370.00	1.40.10 ⁴	5.50.10 ⁶		
6-40	20° $B/h \leq 0.86$ $F_q=1$	1.01	1.33	1.95	2.93	4.52	7.14	18.70	51.90	763.00	1.26.10 ⁶	
2-47	10° $B/h \leq 1.12$ $F_q=1$		1.07	1.21	1.37	1.56	1.79	2.39	3.25	7.37	17.90	92.30

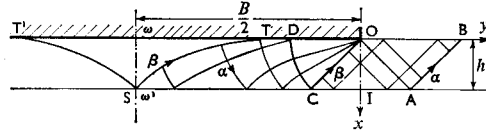
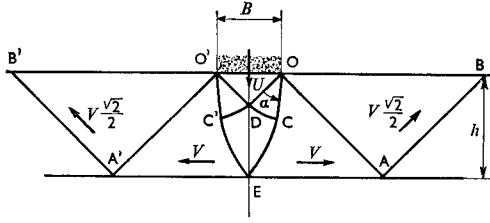


Fig. 5. Mécanisme d'écoulement (interface lisse, $\phi=0$)

Fig. 6. Schéma d'écoulement (interface lisse, $\phi=0$)

N'_o ainsi obtenue est bien la valeur exacte, et en particulier, que l'influence de l'assise rigide se fait sentir pour $h < h_0$.

Les Auteurs n'ont traité là, que du matériau de Tresca ($\phi=0$); pour le matériau de Coulomb ($\phi \neq 0$) il n'est pas possible de reprendre rigoureusement les raisonnements précédents, car on ne dispose pas des théorèmes de l'analyse limite, mais on pourra adopter les conclusions précédentes en se référant au cas $\phi=0$.

Interface lisse

Comme on l'a expliqué dans Mandel et Salençon (1969a) le cas du frottement maximal à l'interface (où le glissement a lieu entre une pellicule de sol adhérente au massif rigide, et le reste de la couche), est celui qui se produit le plus souvent si la couche de sol est saine dans toute son épaisseur.

Toutefois l'étude du cas où le contact entre sol et assise rigide a lieu sans frottement montre quelque intérêt en tant qu'aspect le plus défavorable de ce qui peut se produire si une couche de sol de mauvaise qualité se trouve à l'interface.

Matériau de Tresca. D'abord dans le cas du matériau de Tresca il faut reprendre les raisonnements faits plus hauts.

Si $h > h_0 = B(\sqrt{2}/2)$, la valeur $N_o = (\pi + 2)$, apparaît toujours comme un majorant de la force portante.

On peut aussi considérer d'autres modes de déformation que celui de Prandtl, ainsi celui de la Fig. 5 dans lequel le triangle O'DO s'enfonce avec la fondation, la zone O'DOCEC'O' est déformée plastiquement (de la même façon que dans le poinçonnement symétrique d'un bloc (cf. Hill, 1950) OEA bloc rigide se déplace à la vitesse horizontale de translation $V = U \times B/2h$ en glissant sans frottement sur EA, et OAB bloc rigide se déplace à la vitesse de translation $V(\sqrt{2}/2)$ en glissant sur AB; il y a discontinuité de la vitesse le long de OE, EA, OA, AB etc. Ce mécanisme donne pour N'_o la majoration:

$$N'_o = 2 \left(1 + \frac{I_0(2\alpha) + 2\alpha(I_0(2\alpha) + I_1(2\alpha))}{A_0(2\alpha) + I_0(2\alpha)} \right) \dots \dots \dots (4)$$

pour: $2h/B = \{A_0(2\alpha) + I_0(2\alpha)\}$

(I_0, I_1 , fonctions de Bessel modifiées, et $A_0(x) = \int_0^x I_0(t) dt$, cf. Salençon, 1969).

La majoration de N'_o ainsi obtenue est meilleure que cette donnée par la formule (3), dès que h est inférieur à $1.63B$, et s'applique jusqu'à $h=B/2$. Ce qui prouve que du moins à partir de $h=1.63B$, l'influence de la composition du milieu sur lequel repose la fondation se fait sentir: il y a alors affaiblissement de la force dû au fait que l'interface est lisse.

Rien ne prouve évidemment que le mécanisme de la Fig. 5 soit le meilleur possible (il est meilleur que ceux que les Auteurs avaient indiqués dans Mandel et Salençon (1969b) et il a du moins le mérite de mettre en évidence le phénomène).

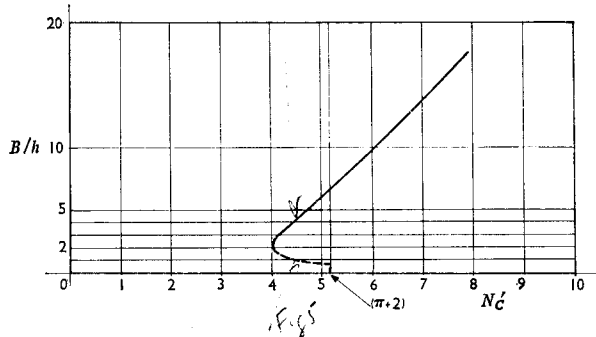


Fig. 7. Valeur de N'_c en fonction de B/h (interface lisse, $\phi=0$)

L'application de la méthode statique peut consister à essayer de prolonger le champ de contraintes de Prandtl si l'interface se trouve à une profondeur suffisante. C'est ainsi que le prolongement proposé par Bishop (1953) fournit pour $h > 4.35B$ des contraintes sur l'interface qui sont normales; de plus, en faisant intervenir la pesanteur (ce qui, pour le matériau de Tresca, ne modifie en rien le calcul de la force portante) on est même assuré que ces contraintes sont toutes des pressions si h/B dépasse une certaine valeur inversement proportionnelle à $\gamma B/C$.

Cela prouve que si la couche est suffisamment épaisse, la force portante est bien celle de Prandtl (faute d'un meilleur prolongement, on n'a pu établir ce résultat dans le cas du matériau non pesant).

Pour $h \leq B/2$, le schéma d'écoulement est celui de la Fig. 6, présenté dans Mandel et Salençon (1969b).

Dans la région $\omega' \omega OC$, c'est celui qu'a utilisé Hill (1950) pour le problème de la presse. Mais à droite de OC le triangle COA reste rigide et glisse le long de CA avec la vitesse $V = U(B/2h)$, tandis que le triangle OAB également rigide glisse le long de AB avec la vitesse $V(\sqrt{2}/2)$. Il y a discontinuité de vitesse le long de OA et OB .

Le champ de contraintes associé dans la zone déformée comporte une ligne de discontinuité OI ; dans $STOCS$, il n'est autre que le champ obtenu pour le problème de la presse auquel on ajoute une pression hydrostatique égale à $2C$ de façon à équilibrer les résultantes horizontales de part et d'autre de OI .

On a montré (Mandel et Salençon, 1969b) qu'il est possible de prolonger ce champ de contraintes dans toute la couche de sol.

Ainsi la valeur N'_c obtenue par intégration des contraintes dans ce schéma est la valeur exacte.

A signaler que pour $1 \leq B/2h \leq 3.646$, l'expression analytique facile à obtenir pour N'_c est:

$$N'_c = 2 \left(1 + \frac{I_0(2\alpha) + 2\alpha(I_0(2\alpha) + I_1(2\alpha))}{A_0(2\alpha) + I_0(2\alpha)} \right) \dots \dots \dots (5)$$

pour: $B/2h = A_0(2\alpha) + I_0(2\alpha)$

c'est-à-dire que pour des valeurs inverses de $B/2h$, la majoration d'équation (4) et la valeur exacte d'équation (5) sont égales.

La Fig. 7 rassemble les résultats ci-dessus présentant:

- pour $h \leq B/2$, la valeur exacte N'_c ;
- pour $h > B/2$, la majoration de N'_c donnée par la formule (4).

On y remarque qu'il existe une plage de valeurs, $1/3.267 < B/2h < 3.267$, pour laquelle on a certainement $F_c < 1$; c'est-à-dire que la présence de la coupure sans frottement dans le massif provoque un affaiblissement. Pour h suffisamment grand, cet effet disparaît ($F_c = 1$), et pour h suffisamment petit, c'est l'effet de la couche rigide qui se fait sentir, provoquant une augmentation de la force portante ($F_c > 1$).

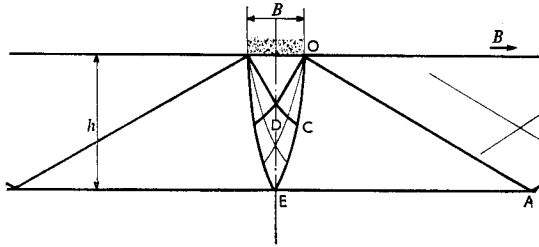


Fig. 8. Mécanisme d'écoulement (interface lisse, $\phi \neq 0$)

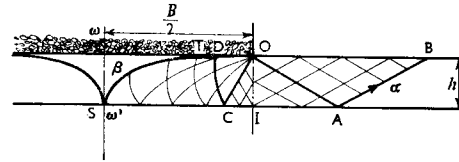


Fig. 9. Schéma d'écoulement (interface lisse, $\phi \neq 0$)

ϕ	0°	10°	20°	30°	36°	40°
N_c	5.14	8.34	14.83	30.14	50.59	75.31

Fig. 10. Valeurs de F_c en fonction de ϕ (interface lisse, fondation rugueuse)

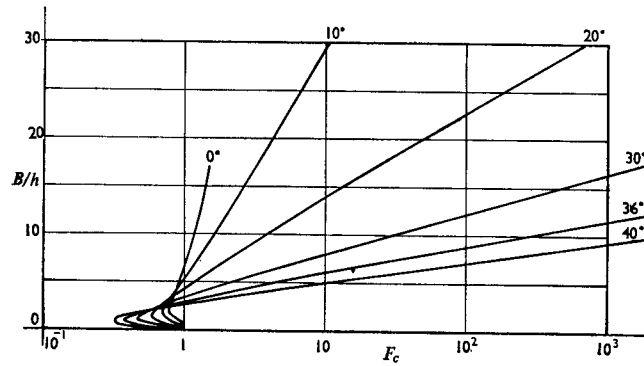
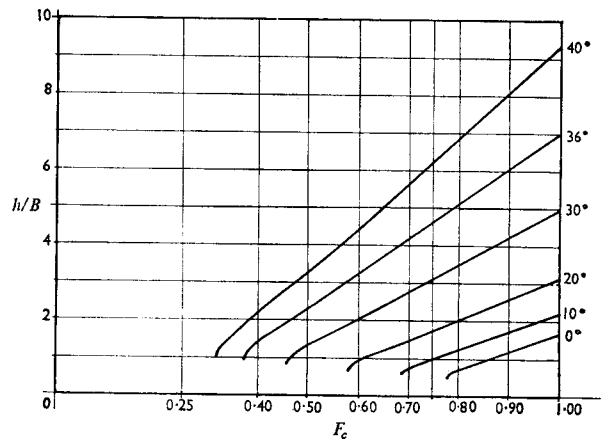


Fig. 11. Valeurs de F_c en fonction de ϕ (fondation rugueuse, interface lisse)



Matériau de Coulomb. Sans qu'il soit possible de reprendre les raisonnements précédents, on peut en adopter les conclusions.

Les schémas des Figs 5 et 6 s'adaptent très bien au cas du matériau de Coulomb: Figs 8 et 9.

Pour le schéma de la Fig. 8, on détermine la valeur de la pression sous la fondation en écrivant l'égalité des forces horizontales agissant sur l'axe du bulbe plastifié et sur l'axe du triangle OAB.

Les résultats correspondants pour F_c sont représentés aux Figs 10 et 11 et Tableaux 3 et 4 (résultats analogues pour F_d).

Tableau 3. Valeurs de F_0 (interface lisse)

N_0	B/h ϕ	1	2	3	4	5	6	8	10	15	20	30
75·31	40°	$B/h=0.94$ $F_0=0.319$	0.560	1.470	3.900	10.600	30.400	253.00	2367.00	6.98.10 ⁵	2.32.10 ⁸	
50·59	36°	$B/h=1.02$ $F_0=0.376$	0.557	1.140	2.400	4.880	10.700	52.90	290.00	2.07.10 ⁵	1.82.10 ⁸	
30·14	30°	$B/h=1.15$ $F_0=0.460$	0.562	0.891	1.460	2.330	3.780	10.50	30.20	491.00	8930.00	3.51.10 ⁸
14·83	20°	$B/h=1.40$ $F_0=0.585$	0.622	0.776	0.997	1.260	1.580	2.49	3.96	13.30	47.70	703.00
8·34	10°	$B/h=1.68$ $F_0=0.691$	0.699	0.774	0.879	0.994	1.110	1.36	1.66	2.67	4.22	10.50
5·14	0°	$B/h=2.00$ $F_0=0.778$	0.778	0.808	0.861	0.918	0.972	1.07	1.17	1.42		

Tableau 4. Valeurs de F_0 (interface lisse)

N_0	h/B ϕ	1	2	3	4	5	6	8
75.31	40°	$h/B=1.072$ $F_0=0.319$	0.380	0.471	0.564	0.653	0.740	0.907
50.59	36°	$h/B=0.981$ $F_0=0.376$	0.463	0.577	0.688	0.796	0.904	$h/B \geq 6.99$ $F_0=1$
30.14	30°	$h/B=0.866$ $F_0=0.460$	0.591	0.735	0.874	$h/B \geq 4.96$ $F_0=1$		
14.83	20°	$h/B=0.714$ $F_0=0.585$	0.793	0.974	$h/B=3.15$ $F_0=1$			
8.34	10°	$h/B=0.595$ $F_0=0.691$	0.960	$h/B \geq 2.20$ $F_0=1$				
5.14	0°	$h/B=0.500$ $F_0=0.778$	$h/B \geq 1.63$ $F_0=1$					

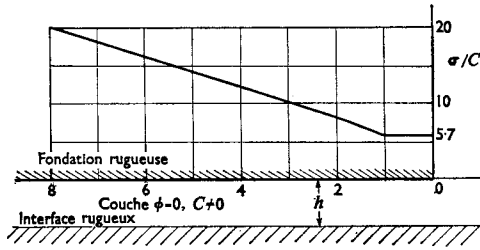


Fig. 12. Contraintes sous la fondation en milieu purement cohérent (interface rugueux, fondation rugueuse)

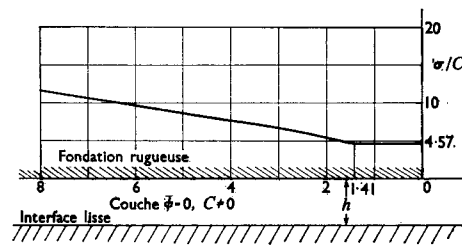


Fig. 13. Contraintes sous la fondation en milieu purement cohérent (interface lisse, fondation rugueuse)

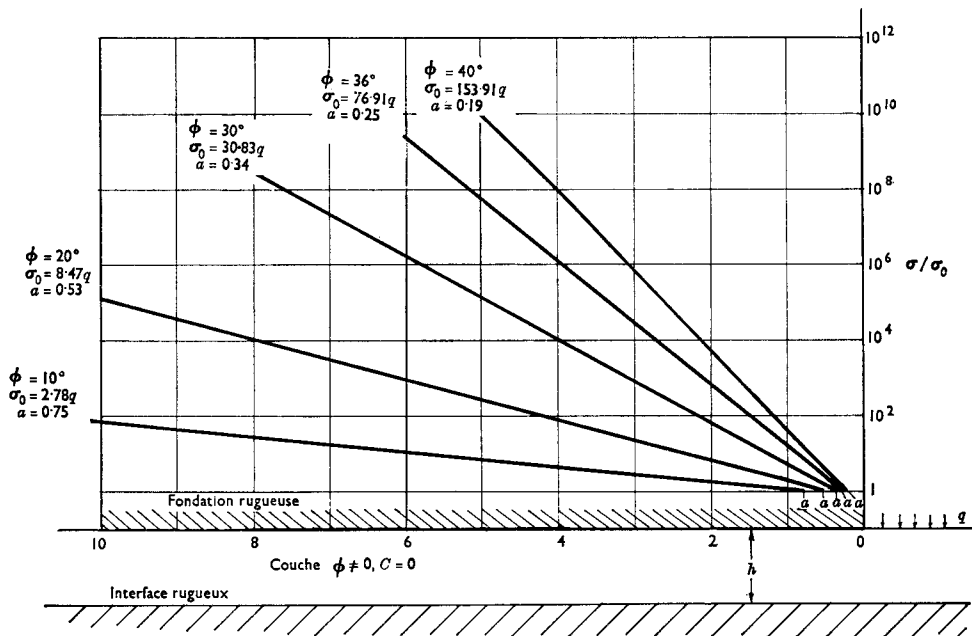


Fig. 14. Contraintes sous la fondation produites par la surcharge q (interface rugueux, fondation rugueuse)

Distribution des contraintes sous la fondation

A titre d'exemple, on donne les distributions de contraintes sous la fondation dans les cas suivants (composante normale):

- fondation sur matériau de Tresca, interface rugueux (Fig. 12);
- fondation sur matériau de Tresca, interface lisse (Fig. 13);
- fondation sur matériau de Coulomb ($C=0, \gamma=0, \phi \neq 0, q \neq 0$, ce qui correspond au calcul de N'_a), interface rugueux (Fig. 14);
- fondation sur matériau de Coulomb ($C=0, \gamma=0, \phi \neq 0, q \neq 0$), interface lisse (Fig. 15).

Il ne s'agit que des distributions dans la partie courante du schéma d'écoulement; il n'est pas question de donner la distribution sur TT' (du triangle rigide) qui n'est pas connue.

Les composantes tangentielles, qui permettent par leur intégration de connaître un ordre de grandeur de la force de traction dans la fondation, s'obtiennent immédiatement puisque la

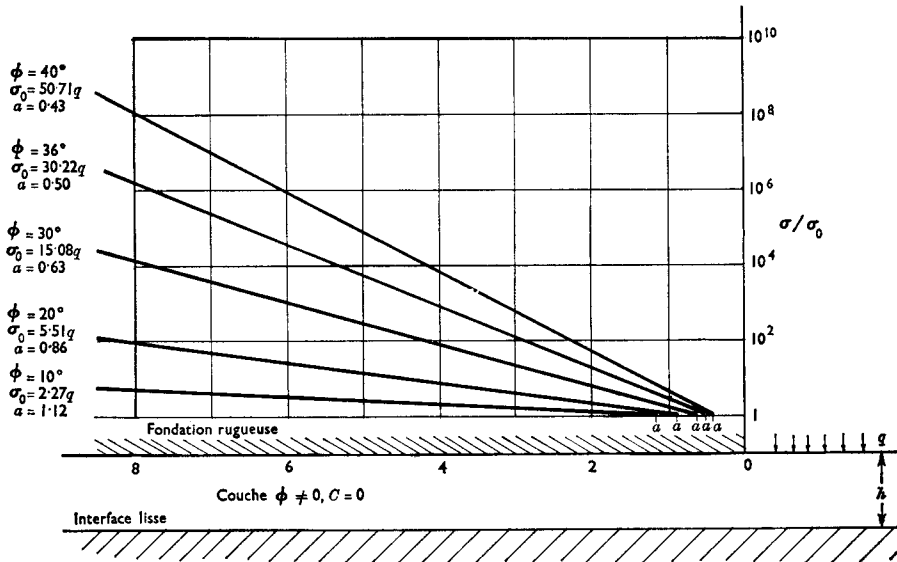


Fig. 15. Contraintes sous la fondation produites par la surcharge q (interface lisse, fondation rugueuse)

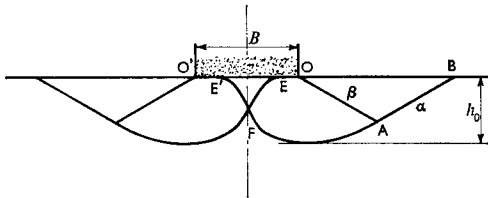


Fig. 16. Schéma d'écoulement de Lundgren et Mortensen

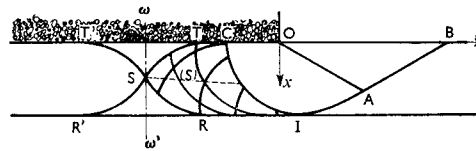


Fig. 17. Schéma d'écoulement (interface rugueux, $\phi \neq 0, \gamma \neq 0$)

fondation est facette de glissement; sur TT' , on aura alors une évaluation dans le sens de la sécurité en prenant la distribution du schéma courant.

CALCUL DE N'_y

On sait que si le sol obéit au critère de plasticité de Tresca ($\phi=0$), il n'y a pas lieu d'effectuer la décomposition de la formule (1) pour la force portante: le problème peut être traité directement et on a $N'_y=0$.

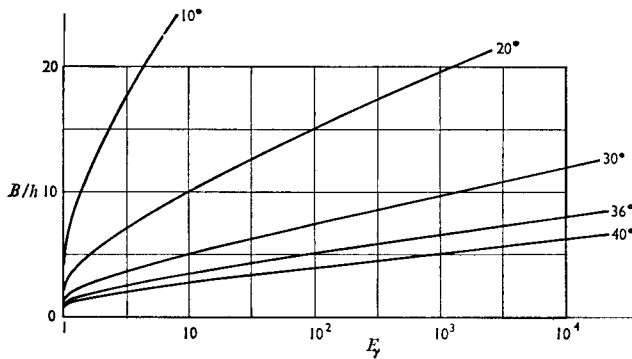
On ne s'intéresse maintenant qu'aux milieux pour lesquels $\phi=0$, et on calcule la force portante due à la pesanteur pour le matériau sans cohésion et sans surcharge.

La solution correcte pour le calcul de N_y a été donnée par Lundgren et Mortensen (1953) (Fig. 16).

Le coin rigide EFE' s'enfonce avec la fondation et il y a glissement sous la fondation le long de OE etc. la zone déformée plastiquement est $OEFAB$. Il n'y a pas 'éventail' en O et dans la zone déformée le champ de contraintes est homothétique de centre O (cf. Sokolovski, 1960).

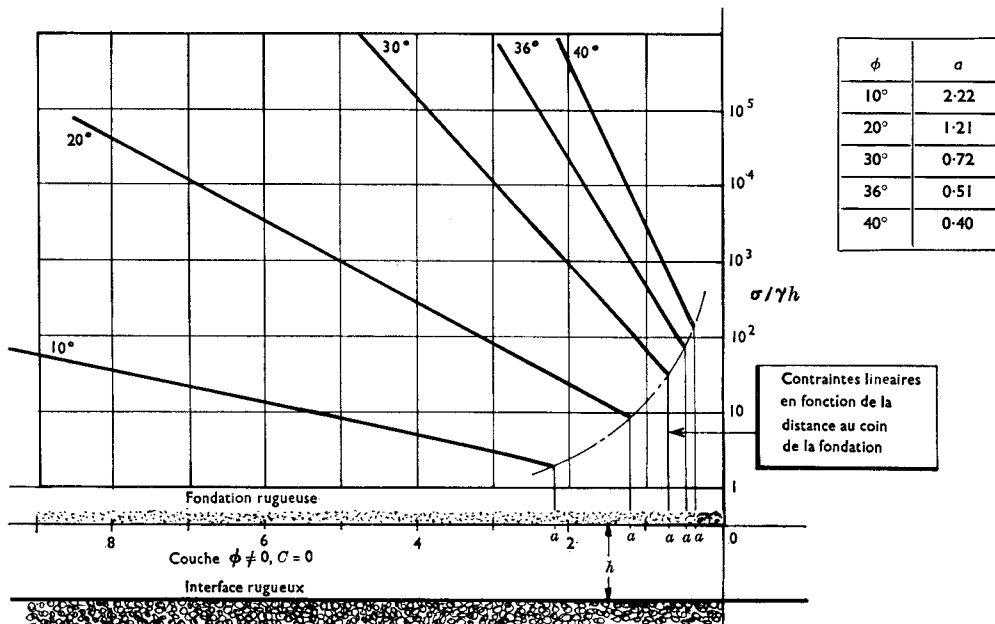
Tableau 5. Valeurs de F_y

N_y	B/h ϕ		1	2	3	4	5	6	8	10	15	20	30	40
85.70	40°	$B/h \leq 0.81$ $F_y = 1$	1.05	3.27	16.60	106.00	804.00	$6.15 \cdot 10^3$	$4.54 \cdot 10^5$	$3.90 \cdot 10^7$	$3.30 \cdot 10^{12}$	$3.80 \cdot 10^{17}$		
41.20	36°	$B/h \leq 0.98$ $F_y = 1$	1.00	1.87	5.60	21.00	90.00	407.00	$1.02 \cdot 10^4$	$2.80 \cdot 10^5$	$1.50 \cdot 10^9$	$1 \cdot 10 \cdot 10^{13}$		
14.70	30°	$B/h \leq 1.3$ $F_y = 1$		1.20	2.07	4.23	9.90	24.80	178.00	1450.00	$3.81 \cdot 10^5$	$1.30 \cdot 10^8$	$1.95 \cdot 10^{13}$	
2.84	20°	$B/h \leq 2.14$ $F_y = 1$			1.07	1.28	1.63	2.20	4.41	9.82	97.00	340.00	$2.60 \cdot 10^5$	$7.00 \cdot 10^7$
0.43	10°						1.01	1.04	1.12	1.36	2.28	4.33	20.00	113.00
			$B/h \leq 4.07$ $F_y = 1$											



ϕ	10°	20°	30°	36°	40°
N_γ	0.433	2.839	14.767	41.162	85.718

Fig. 18. Valeurs de F_γ en fonction de ϕ (interface rugueux, fondation rugueuse)



ϕ	σ
10°	2.22
20°	1.21
30°	0.72
36°	0.51
40°	0.40

Contraintes lineaires en fonction de la distance au coin de la fondation

Fig. 19. Contraintes sous la fondation en milieu pulvérulent

Dans le cas du bicouche avec frottement maximal, à l'interface: si $h > h_0$, ce schéma reste valable et l'on a $N'_\gamma = N_\gamma, F_\gamma = 1$.

Si $h \leq h_0$,

on construit à partir du schéma de la Fig. 16, celui de la Fig. 17, analogue dans son principe à celui de la Fig. 2; le champ de contraintes dans OCIAB est celui de la solution précédente.

L'intégration des contraintes conduit à la valeur de N'_γ , d'où F_γ . Les résultats sont présentés sur la Fig. 18 et dans le Tableau 5. La Fig. 19 représente la répartition des contraintes (composante normale) sous la fondation. Le cas de l'interface lisse n'a pu être étudié pour N'_γ , faute de savoir construire des schémas d'écoulement convenables.

Précisions sur la solution de Lundgren et Mortensen

La difficulté principale dans la construction de la solution de Lundgren et Mortensen (1953) est la résolution du système d'équations aux dérivées partielles régissant l'équilibre limite plan,

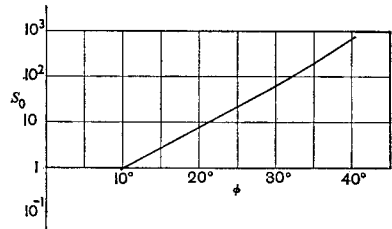


Fig. 20. Valeurs de S_0 en fonction de ϕ

dans l'angle (OA, OO'). La singularité en O n'est pas du type de Prandtl: OA est la seule ligne de glissement aboutissant en O (Reissner, 1925) et la solution, exprimée en coordonnées polaires (r, ω) est de la forme (cf. Sokolovski, 1960; Kravtchenko et Sibille, 1965; Sibille, 1967):

$$\left. \begin{aligned} \theta &= \theta(\omega) \\ p &= \gamma r S(\omega) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (6)$$

où $\theta = (Ox, \sigma_1)$ (angle de Ox avec la plus grande traction) et $-p =$ abscisse du centre du cercle de Mohr; θ et S devant satisfaire les conditions aux limites sur OA et OO' et le système différentiel:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dS}{d\omega} &= \frac{S \sin 2(\theta - \omega) - \sin (2\theta - \omega)}{\cos 2(\theta - \omega) + \sin \phi} \\ \frac{d\theta}{d\omega} &= \frac{-\cos \omega - \sin \phi \cos (2\theta - \omega) + S \cos^2 \phi}{2S \sin \phi (\cos 2(\theta - \omega) + \sin \phi)} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (7)$$

Sur OA, pour les données S et θ dont on dispose et qui correspondent à l'équilibre de Rankine à droite de OA, le système d'équations (7) est singulier. La résolution dans l'angle (OA, OO') s'effectue donc par la méthode 'du tir' en ajustant la valeur du paramètre S sur OO' où θ est connu (fondation rugueuse) de façon à ce que la solution ainsi déterminée se raccorde aux conditions sur OA; cette résolution étant relativement peu commode et pouvant se rencontrer dans d'autres problèmes. On pense utile de donner dans le Tableau 6 les valeurs de S (sur OO') soit S_0 que sont obtenus. Le graphique de la Fig. 20 permettra également, pour les valeurs de ϕ intermédiaires, de déterminer une première approximation utile.

COMMENTAIRES SUR LES RESULTATS OBTENUS

Les résultats obtenus dans cette étude sont conformes au bon sens. La présence d'une assise rigide, lorsque le contact s'effectue avec frottement maximal, ne peut, a priori, que renforcer la fondation, sauf peut-être par le fait que la coupure supprime toute possibilité de traction à l'interface. On a effectivement trouvé qu'il y a augmentation des différents termes de la force portante, et que le facteur de majoration croît avec la largeur relative de la fondation. Par contre si le contact entre l'assise rigide et la couche de sol a lieu sans frottement, on pourrait penser qu'il y aurait deux influences antagonistes: renforcement par l'assise rigide et affaiblissement par la coupure sans frottement. C'est bien ce que l'on a observé pour N'_q et N'_c .

Tableau 6

ϕ	10°	20°	30°	36°	40°
S_0	0.9253	7.5740	60.0900	244.9000	703.1000

Signalons enfin que du point de vue pratique, la notion d'assise rigide a pu être précisée (cf. Salençon, 1969). Ainsi dans le cas de matériaux de Tresca, il suffit que l'assise ait une cohésion suffisamment supérieure à celle de la couche, pour que les solutions obtenues soient valables.

REFERENCES

- Bishop, J. F. W. (1953). On the complete solution to problems of deformation of a plastic rigid material. *Jnl Mech. Phys. Solids* 2, No. 1, 43.
- Brown, J. D. & Meyerhof, G. G. (1969). Experimental study of bearing capacity of layered clay. *Proc. 7th Int. Conf. Soil Mech., Mexico* 2, 45.
- Habib, P. (1953). Etude de l'orientation du plan de rupture et de l'angle de frottement interne de certaines argiles. *Proc. 3rd Int. Conf. Soil Mech., Zurich* 1, 28–31.
- Hill, R. (1950). *The mathematical theory of plasticity*, p. 256 Oxford: Clarendon Press.
- Johnson, W. & Kudo, H. (1960). The compression of a rigid perfectly plastic material between rough parallel dies of unequal width. *Int. Jnl Mech. Sci.* 1, No. 4, 336.
- Kravtchenko, J. & Sibille, R. (1965). Etude des singularités rencontrées dans les problèmes d'équilibre limite. *C.R. Hebd. Séanc. Acad. Sci., Paris* 261 No. 2, 2296–2298.
- Livneh, M. (1965). The theoretical bearing capacity of soils on a rock foundation. *Proc. 6th Int. Conf. Soil Mech., Montreal* 2, 122.
- Lundgren, H. & Mortensen, K. (1953). Determination of the bearing capacity of continuous footing on sand. *Proc. 3rd Int. Conf. Soil Mech., Zurich* 1, 409.
- Mandel, J. & Salençon, J. (1969a). Force portante d'un sol sur une assise rigide. *Proc. 7th Int. Conf. Soil Mech., Mexico* 2, 157.
- Mandel, J. & Salençon, J. (1969b). Force portante d'une fondation sur un bicouche à interface lisse. *C.R. Hebd. Séanc. Acad. Sci., Paris, Part A*, 268, 417–420.
- Meyerhof, G. G. & Chaplin, T. K. (1953). The compression and bearing capacity of cohesive layers. *Br. Jnl Appl. Phys.* 4, 20.
- Radenkovic, D. & Salençon, J. (17–19 Mai 1971). Equilibre limite et rupture en mécanique des sols. A paraître dans *Le comportement des sols avant le rupture*. No. Spécial Bull. Liaisons L.C.P.C. Paris.
- Reissner, H. (1925). *Proc. 1st Int. Congr. Appl. Mech., Delft*, 295.
- Roscoe, K. H. (1970). Tenth Rankine Lecture. The influence of strains in soil mechanics. *Géotechnique* 20, No. 2, 129–170.
- Salençon, J. (1969). *La théorie des charges limites dans la résolution des problèmes de plasticité en déformation plane*. Thèse Dr. Sc., Université de Paris.
- Sibille, R. (1967). *Méthodes de calcul approché du champ des contraintes plan ou de révolution dans les sols à l'état d'équilibre limite*. Thèse Dr. Sc., Université de Grenoble.
- Sokolovski, V. V. (1960). *Statics of soil media*. London: Butterworths—Scientific publications.
- Vyalov, S. S. (1967). Bearing capacity of a weak soil layer with underlying rigid base. *Proc. 3rd Asian Conf. Soil Mech., Haifa* 1, 245.